

Gemischte Modelle für die statistische Auswertung von geplanten Versuchen in den Pflanzenbauwissenschaften

Workshop vor der Jahrestagung der Gesellschaft für
Pflanzenbauwissenschaften

Dienstag, 27.9.2016, 8:30 bis 12:00 Uhr

Hans-Peter Piepho
Fachgebiet Biostatistik
Universität Hohenheim
piepho@uni-hohenheim.de

Grober Zeitplan für Workshop

1. Übersicht zu Formulierung gemischter Modelle für randomisierte Versuche (ca. 1 h)
2. Vorstellung und Diskussion zu max. 9 Fallstudien (ca. 2 h)
3. Diskussion weiterer "Fälle" der Teilnehmer (wenn Zeit bleibt)

Übersicht Fallstudien

Versuche mit hierarchischer Randomisationsstruktur

- 1 Tierling, Jens (YARA GmbH, Dülmen)
- 2 Schmehe, Ben (Dottenfelderhof, Bad Vilbel)
- 3 Nagler, Sabrina (Universität Kiel)

Versuche mit wiederholten Messungen (Raum, Zeit)

- 4 Stumpf, Beate (Universität Giessen)
- 5 Westerschulte, Matthias (Hochschule Osnabrück)

Fruchtfolgeversuche

- 6 Dickeduisberg, Michael (Universität Göttingen)
- 7 Spiess, Ernst (Agroscope, Zürich-Reckenholz)
- 8 Appel, Thomas (TH Bingen)

Pseudoreplikate (und wiederholte Messungen)

9 Schmidt, Jonas (Hochschule Geisenheim)

Formulating linear mixed models for randomized experiments

Prof. Dr. Hans-Peter Piepho

FG Biostatistics

Universität Hohenheim

Content

1. Introduction
2. Randomized complete block design (RCBD)
3. Split-plot design
4. Four operators
6. Six rules
6. α -design
7. Multiple lattices
8. Strip-plot design
9. A four-factor strip-plot design
10. Series of experiments
11. Repeated measures
12. Blocking out checks

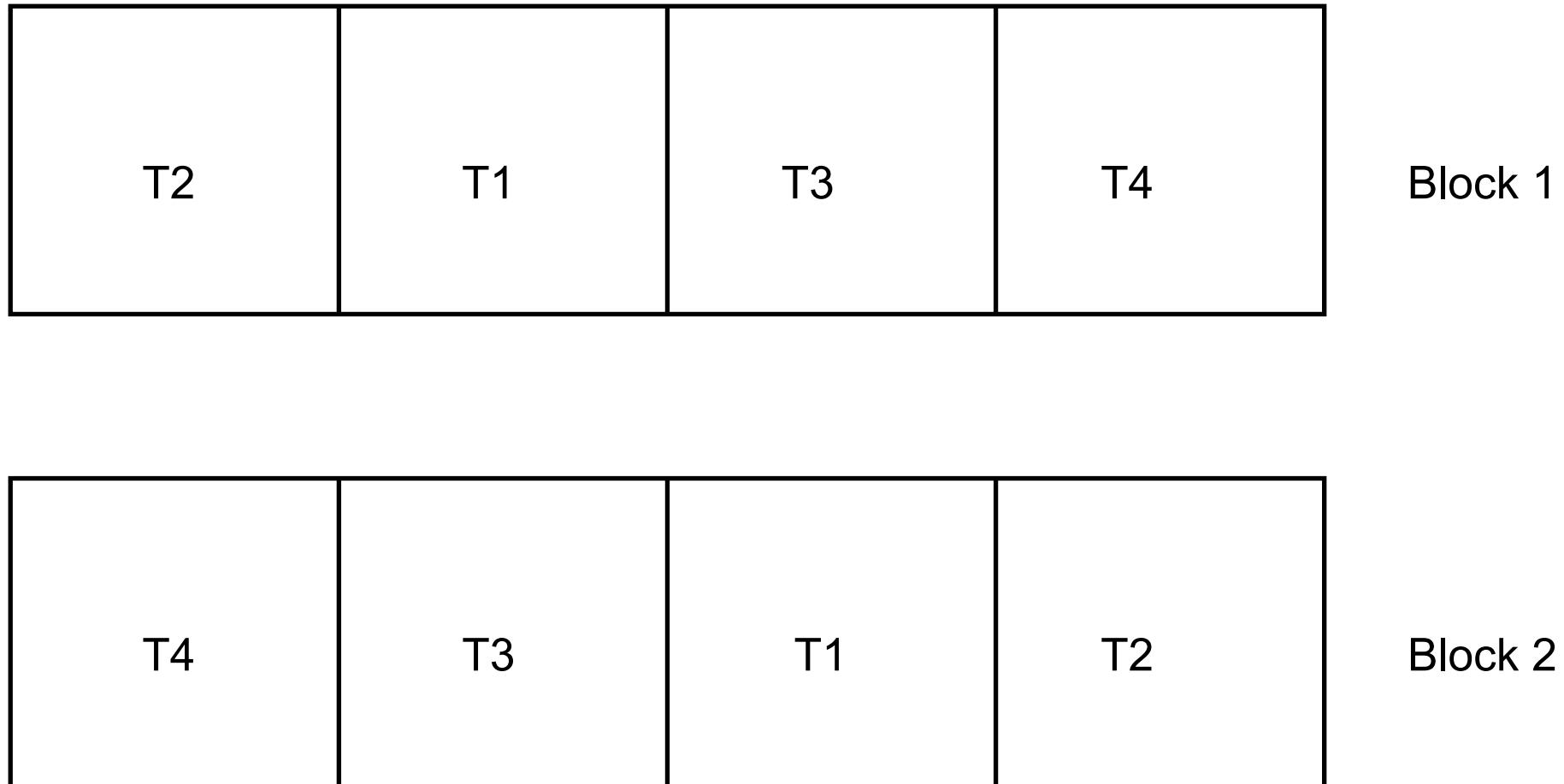
1. Introduction

- Analysis of designed experiments by software for linear models
- Often need a mixed linear model
- Main task for user: Come up with the right model
- Many practically relevant cases not found in text books

Objective:

- Develop simple rules for setting up a model
- Rules should be flexible enough to cover the most common designs and data structures

2. Randomized complete block design



Linear model for complete blocks

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$$

where

y_{ij} = observed value for i -th treatment in j -th block

μ = general effect (intercept)

α_i = main effect of i -th treatment

b_j = main effect of j -th block

e_{ij} = residual error of y_{ij} (random)

$$e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

Null model or block model

⇒ no treatment effects

$$y_{ij} = \mu + b_j + e_{ij}$$

- Valid model in case no treatments or the same treatment on all plots/experimental units

Coding for statistical package (e.g. SAS)

TRT	BLOCK	YIELD
2	1	34
1	1	36
3	1	41
4	1	46
4	2	35
3	2	33
1	2	38
2	2	51

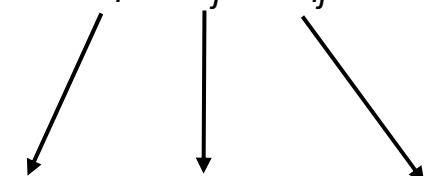
$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$$



MODEL YIELD = TRT BLOCK;

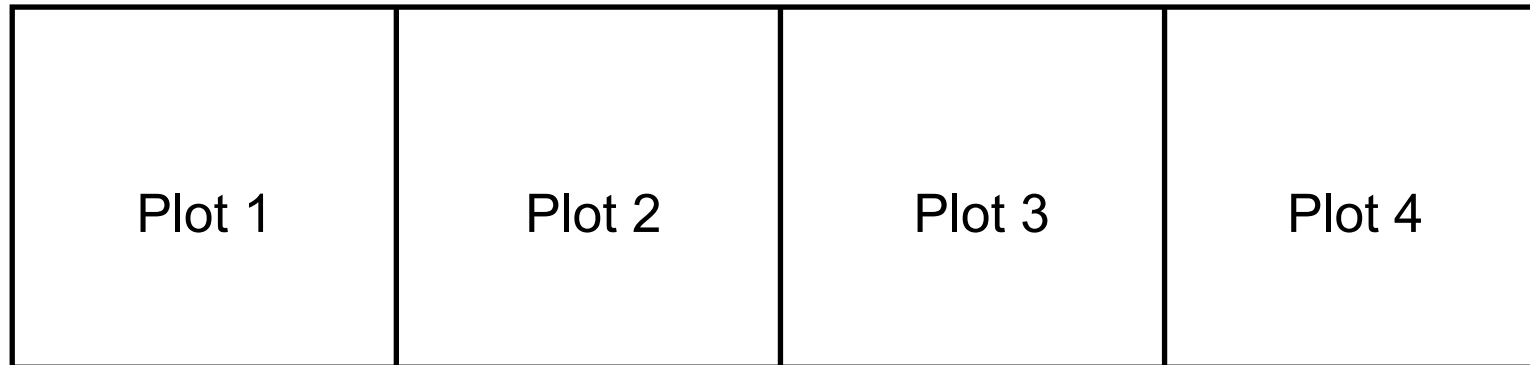
A slightly more elaborate syntax

(Patterson, 1997)

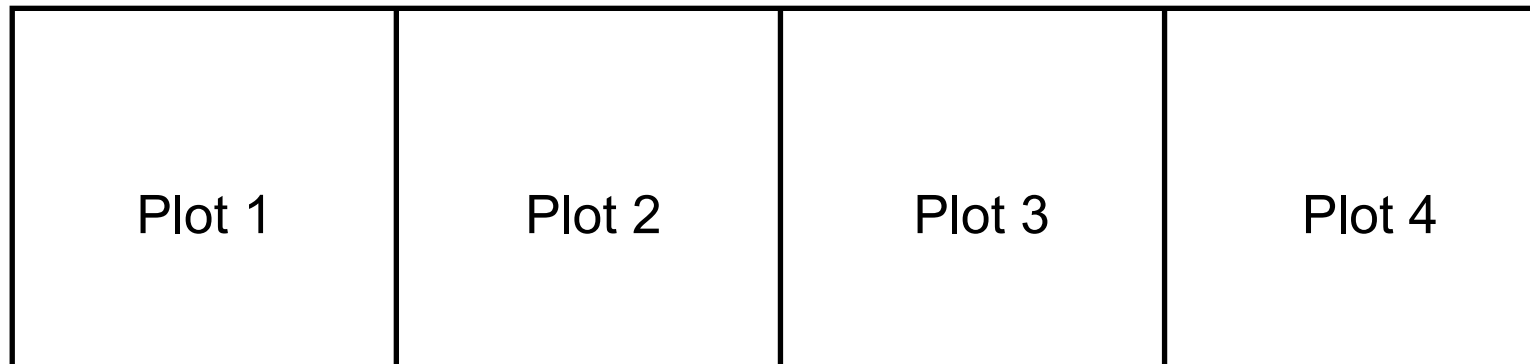
$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$$

$$Y = \text{TRT} + \text{BLOCK} : \text{TRT} \bullet \text{BLOCK}$$

"i"	"j"	:	"i•j"
			↓
fixed	:		random

Block design without treatments ($\Leftrightarrow$ null model)



Block 1



Block 2

Block model (null model, design model)

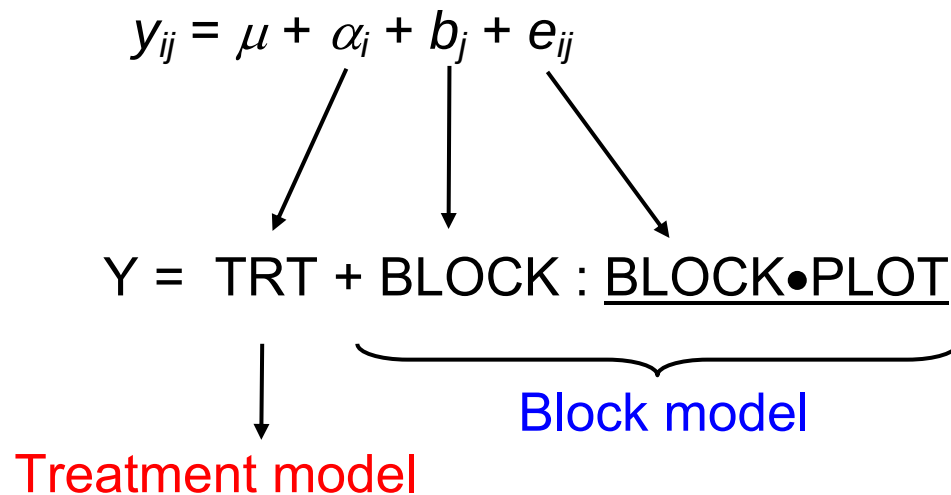
TRT	BLOCK	PLOT	YIELD
-----	-------	------	-------

2	1	1	34
1	1	2	36
3	1	3	41
4	1	4	46
4	2	1	35
3	2	2	33
1	2	3	38
2	2	4	51

$$y_{ij} = \mu + b_j + e_{ij}$$

BLOCK : BLOCK•PLOT

Full model



- BLOCK•PLOT is random because PLOT is randomization unit
- BLOCK•PLOT is underlined because it identifies observational unit
(remainder) $\Rightarrow$ Need not be explicitly specified in statistical package

Summary

Treatment model:

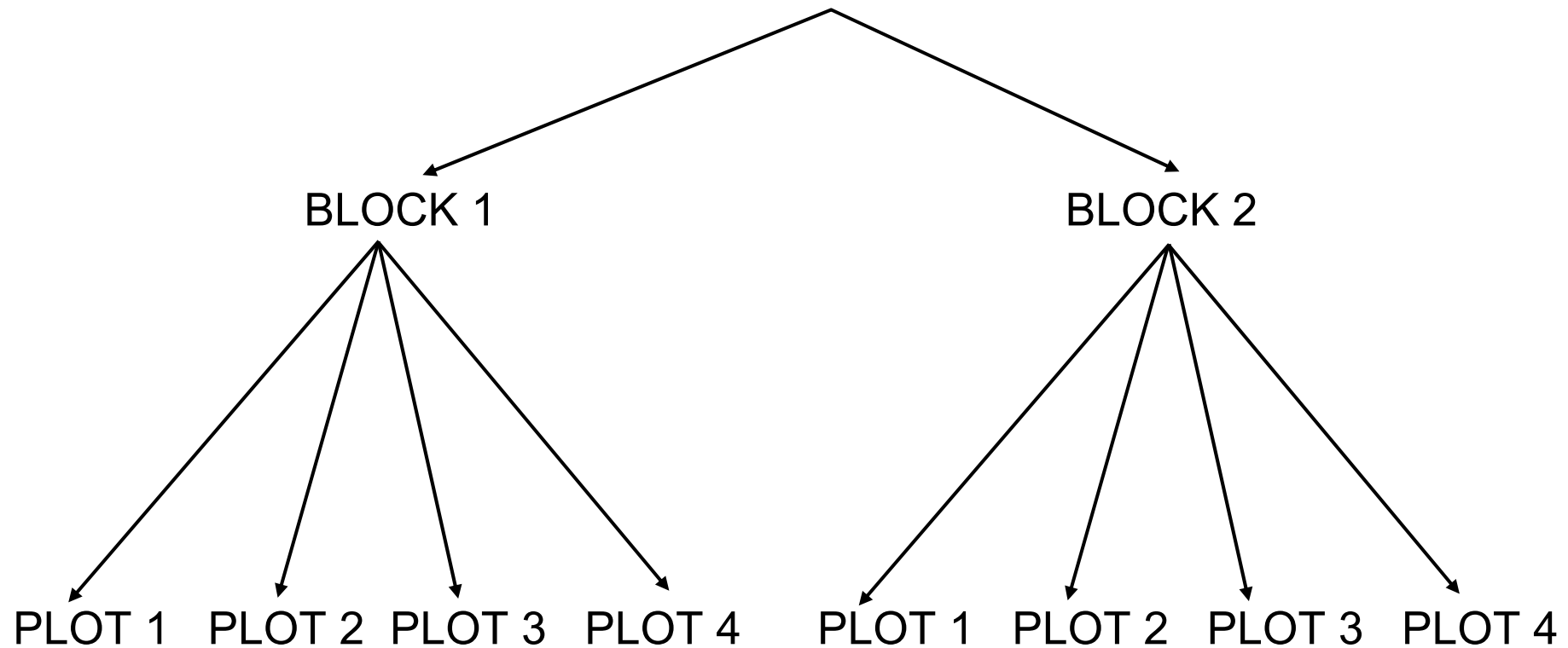
- Levels of treatment factor randomly allocated to experimental units
- Set up treatment model for treatment factors

Block model (design model):

- Block model is for observational units, irrespective of treatments applied
- Effects in block model are innate to observational units
- Can set up block model independently from treatment model

Nesting

Plots (PLOT) are nested within blocks (BLOCK):



Nesting operator

Block model:

$\text{BLOCK/PLOT} = \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}$

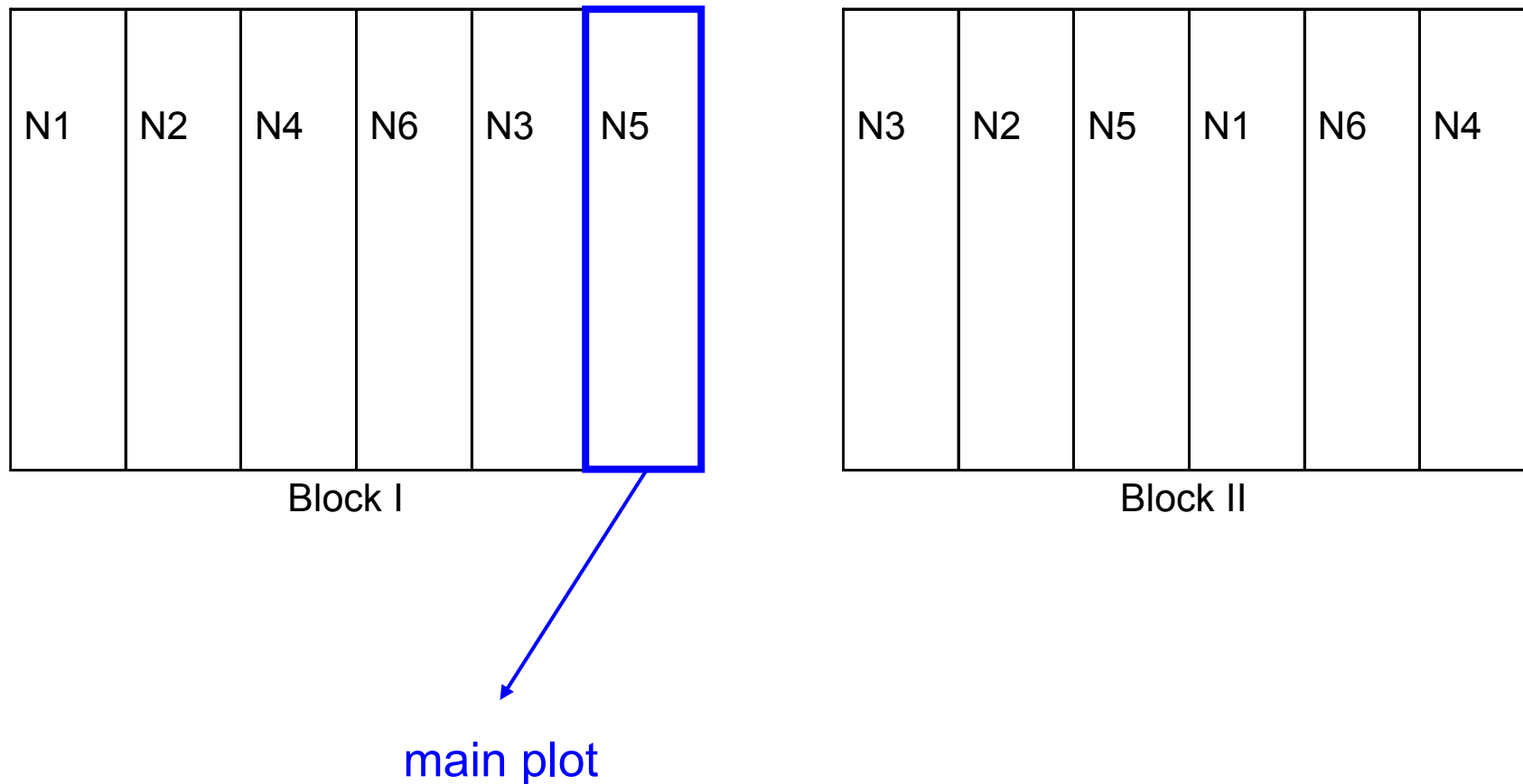
($\text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}$ is random because PLOT is a randomization unit)

Full model:

$\text{TRT} + \text{BLOCK/PLOT} = \text{TRT} + \text{BLOCK} : \underline{\text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}}$

3. Split-plot design

Step 1: Randomly allocate N-levels to main plots



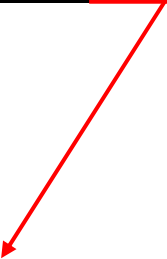
Step 2: Randomly allocate varieties to sub-plots (split plots)

N1V3	N2V4	N4V1	N6V3	N3V2	N5V1
N1V2	N2V1	N4V4	N6V1	N3V1	N5V4
N1V4	N2V3	N4V2	N6V4	N3V3	N5V2
N1V1	N2V2	N4V3	N6V2	N3V4	N5V3

Block I

N3V2	N2V2	N5V2	N1V4	N6V3	N4V1
N3V1	N2V4	N5V3	N1V3	N6V1	N4V3
N3V4	N2V3	N5V4	N1V1	N6V4	N4V4
N3V3	N2V1	N5V1	N1V2	N6V2	N4V2

Block II



sub plot (split plot)

Coding of treatment and block factors

Treatment factors:

N = level of N-fertilizer

V = variety

Block factors:

BLOCK = block

MAIN = main plot, nested in block

SUB = sub plot, nested in main plot

Block model

$$\text{BLOCK}/\text{MAIN}/\text{SUB} = \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} + \frac{\text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} \bullet \text{SUB}}{\text{SUB}}$$

↓
main plot error

↓
sub plot error

Main plots and sub plots are randomization units

⇒ both are random

Treatment model

$$N + V + N \bullet V$$

N = main effect for factor N fertilizer

V = main effect for factor variety

$N \bullet V$ = Fertilizer $\times$ variety interaction

Crossing operator

$$N \times V = N + V + N \bullet V$$

Full model

$$N \times V + \text{BLOCK}/\text{MAIN}/\text{SUB}$$

$$= N + V + N \bullet V + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} + \underline{\text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} \bullet \text{SUB}}$$

Implementation in SAS PROC MIXED:

```
proc mixed;  
  class n v block main;  
  model y=n v n*v block;  
  random block*main;  
run;
```

Implementation in lme / lmer in R:

```
fit <- lme(yield ~ n*v + block, random = ~1|main) &  
fit <- lmer(yield ~ n*v + block + (1|block:main) ) )
```

& Blocks must be uniquely coded

An alternative representation of the same model

- Main plots in a block uniquely identified by level of N-fertilizer
- Sub plots within main plots uniquely identified by variety

$$N \times V + \text{BLOCK}/\text{MAIN}/\text{SUB}$$

$$= N \times V + \text{BLOCK}/N/V$$

$$= N + V + N \bullet V + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet N + \underline{\text{BLOCK} \bullet N \bullet V}$$

```
proc mixed;  
  class n v block;  
  model y=n v n*v block;  
  random block*n;  
run;
```

Text book representation

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + r_k + b_{ik} + e_{ijk} \quad , \text{ where}$$

y_{ijk} = yield of i -th level of fertilizer and j -th variety in k -th block

μ = general mean

α_i = main effect of i -th level of fertilizer

β_j = main effect of j -th variety

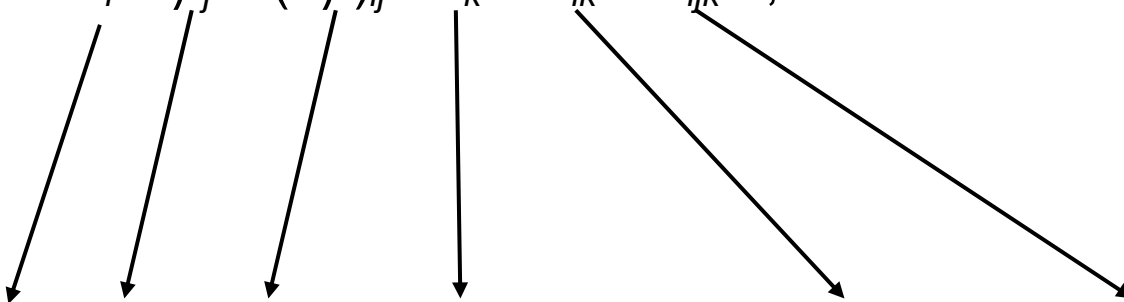
$(\alpha\beta)_{ij}$ = fertilizer-variety interaction

r_k = effect of k -th block

b_{ik} = error of i -th main plot in k -th block; $b_{ik} \sim N(0, \sigma_b^2)$

e_{ijk} = sub-plot error; $e_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

Text book syntax vs. symbolic syntax

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + r_k + b_{ik} + e_{ijk} ,$$


$Y = N + V + N \bullet V + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} + \underline{\text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} \bullet \text{SUB}}$

4. Four operators

Dot operator ($\bullet$):

- (i) $A \bullet B = B \bullet A$
- (ii) $(A \bullet B) \bullet C = A \bullet (B \bullet C)$
- (iii) $(A \bullet C) \bullet (B \bullet C) = A \bullet B \bullet C$

Product term operator [pt(.)]:

- (i) $\text{pt}(M) = A \bullet B \bullet C \bullet \dots$
= product term of all factors appearing in model M (A, B, C, ...)

Nesting operator (/):

- (i) $A/B = A + A \bullet B$ (A and B are factors)
- (ii) $A/B = A + \text{pt}(A) \bullet B$ (A and B may be models)
- (iii) $A/(B/C) = (A/B)/C$
- (iv) $A/(B+C) = A/B + A/C$

Crossing operator ($\times$):

- (i) $A \times B = A + B + A \bullet B$
- (ii) $A \times (B+C) = A + B + C + A \bullet B + A \bullet C$
- (iii) $(A \times B)/C = A \times B + A \bullet B \bullet C$

5. Six rules

Rule 1 (when is a factor random?)

- A factor is random
 - when the observed levels are a random sample from a defined population or
 - when it represents a randomization unit (error stratum)
- Otherwise a factor is usually considered as fixed
- When levels of a factor are to be compared (e.g. treatments), the factor is fixed, independently of whether or not it is random by design
- When a factor is random, all effects containing it are random

Example

- Series of experiments with selected set of plant varieties
- Experiments conducted at a sample of sites selected at random from target region
- Want to estimate variety means in target region

⇒ factors: variety and site

⇒ varieties fixed

⇒ sites random

Rule 2 (two types of factor)

Block factors:

- Randomly selected sampling units (plants, soil specimens, etc.)
- Randomisation units (rows, columns, incomplete blocks, main plots, sub plots, etc.)
- Block units, which are not themselves involved in randomization process (complete blocks, environments, etc.).

Block factors are *innate* to observational units

Treatment factors:

- Selected by experimenter to answer research question
- Levels of treatment factor are randomly allocated to observational units by a defined randomization procedure

Treatments are not *innate* to observational units

Rule 3 (Keep treatment model and block model separate)

- When setting up a full model, it is useful to (at least initially) keep treatment model and block model separate
- The treatment model can be formulated with treatment factors alone
- The block model can be formulated with block factors alone (i.e. without treatment factors!)

Rule 4 (effects of block model)

Random effects for randomization units:

- Each randomization unit (every error stratum) has its own effect
- An experimental unit or block unit becomes a randomization unit when levels of a treatment factor are randomly allocated to it
- Crossing of randomization units (error strata) produces further error effects

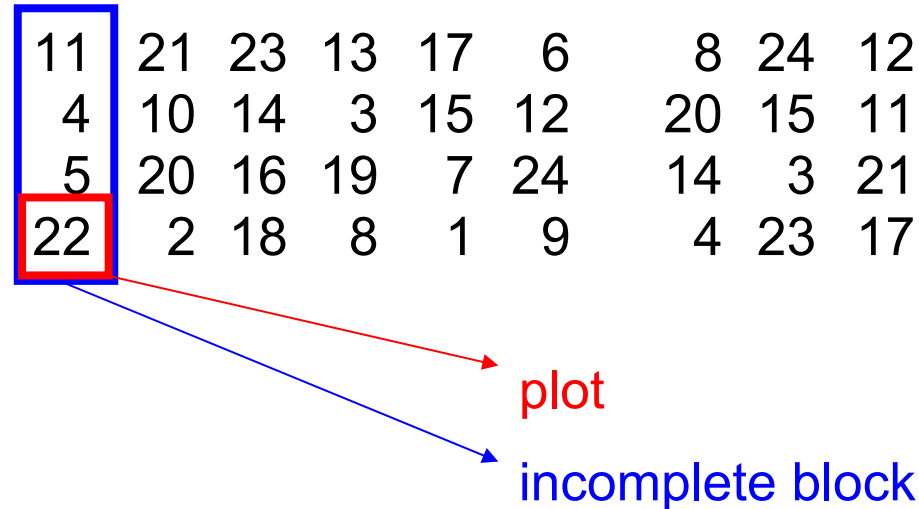
Fixed effects for block factors, which are not themselves part of the randomization or sampling process

Rule 5 (coding of block factors)

- Every block factor (design factor) is represented by a separate variable
- Sometimes can replace block factor by treatment factor in an effect, but this is not a necessity!
- For clarity it is better to avoid coding of a block factor by a treatment factor

6. α -design (special case: lattice design)

Replicate 1						Replicate 2						Replicate 3					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
11	21	23	13	17	6	8	24	12	5	2	19	11	2	17	12	21	3
4	10	14	3	15	12	20	15	11	9	18	7	1	15	18	13	22	5
5	20	16	19	7	24	14	3	21	10	13	6	14	9	4	10	16	20
22	2	18	8	1	9	4	23	17	1	22	16	19	8	6	23	24	7



Block model:

$$\text{REP/BLOCK/PLOT} = \text{REP} : \text{REP} \bullet \text{BLOCK} + \underline{\text{REP} \bullet \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}}$$

Treatment model:

GEN

Full model

GEN + REP : REP•BLOCK + REP•BLOCK•PLOT

Implementation in SAS PROC MIXED:

```
proc mixed;  
  class gen rep block;  
  model y=gen rep;  
  random rep*block;  
run;
```

Implementation in lme / lmer in R:

```
fit <- lme(yield ~ gen + rep, random = ~1|block) &  
fit <- lmer(yield ~ gen + rep + (1|rep:block) )
```

& Blocks must be uniquely coded

7. Multiple lattices

Replicate 1

	Lattice 1					Lattice 2					Lattice 3					Lattice 4					Lattice 5				
Block	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
	14	6	C1	C3	11	23	33	39	35	29	C1	C5	42	57	50	C2	71	80	66	68	C1	85	91	C3	82
	1	C4	12	10	C2	C4	34	C5	27	37	58	60	55	C2	43	76	74	67	63	C4	93	C2	86	90	C5
	9	18	2	8	4	24	22	30	C2	C1	53	56	59	41	45	64	C1	C5	77	61	98	84	100	97	87
	13	5	19	15	3	26	21	38	32	25	49	51	46	44	47	70	78	69	C3	75	83	88	C4	94	89
	C5	17	7	16	20	40	C3	28	31	36	52	58	C3	54	C4	62	73	65	79	72	92	99	95	81	96

Replicate 2

	Lattice 1					Lattice 2					Lattice 3					Lattice 4					Lattice 5				
Block	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
	C3	15	17	13	2	22	C3	27	C4	C2	C2	53	44	C4	58	C1	68	61	73	64	100	87	92	91	C5
	12	C4	7	C1	1	24	37	21	29	34	50	60	42	52	C5	72	69	66	67	75	90	94	96	98	95
	3	4	C5	11	C2	36	35	38	32	23	55	41	45	56	59	76	74	C5	C4	71	89	86	88	82	83
	9	19	16	18	5	C5	26	C1	33	30	51	C3	48	54	57	65	C2	62	70	C3	85	C2	C4	C3	99
	6	14	20	8	10	31	28	40	39	25	49	43	C1	46	47	79	63	78	67	80	C1	93	81	84	97

Figure: 5 simple lattices (5 x 5) with block size $k = 5$ for $v = 100$ genotypes and **5 checks (C1-C5)**

Factors

Design factors:

LAT = lattice
REP = replicate
BLK = incomplete block
PLT = plot

Treatment factors:

GEN = genotypes

Block model:

LAT/REP/BLK/PLT

Treatment model:

GEN

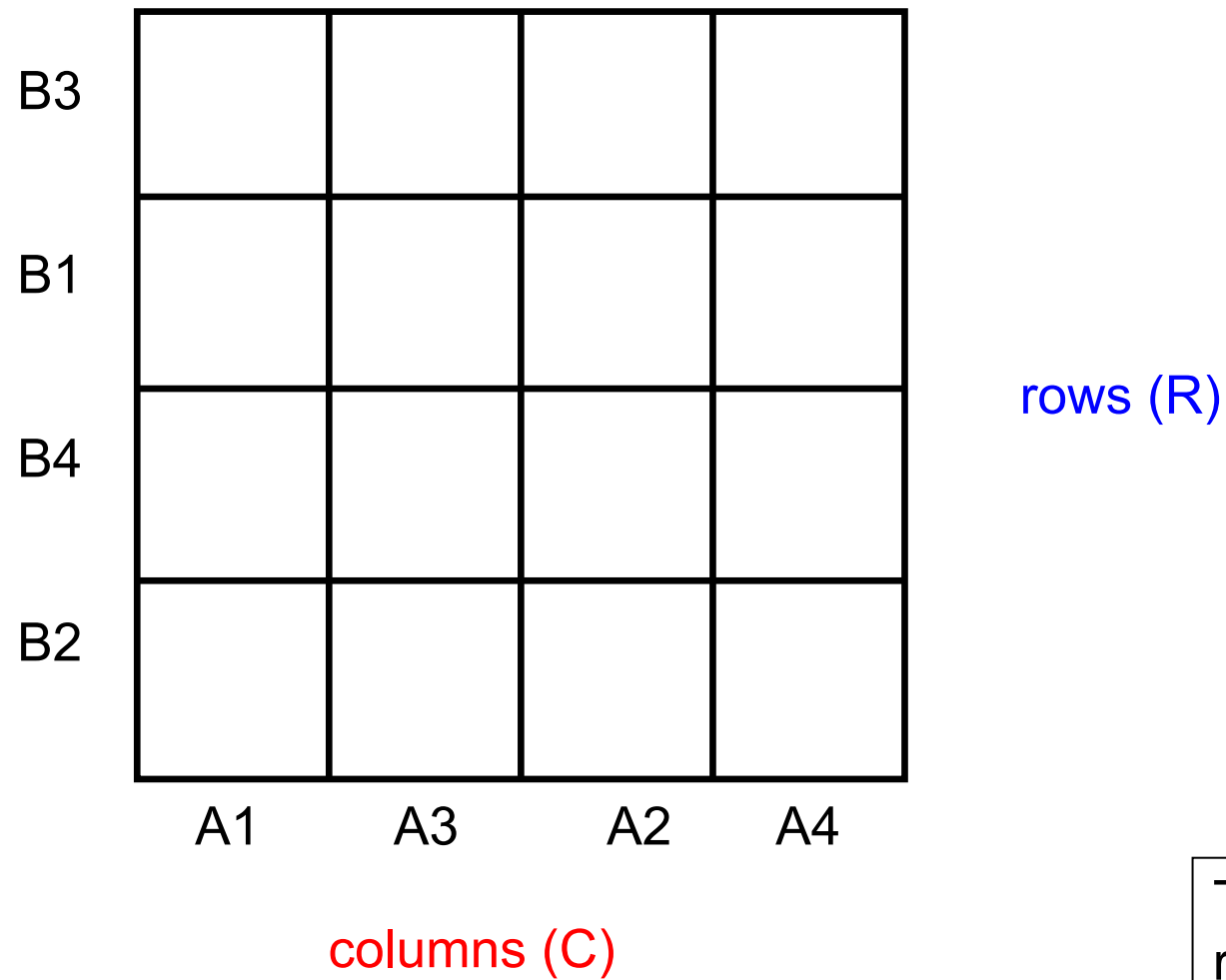
Implementation in SAS PROC MIXED:

```
proc mixed;  
  class gen lat rep blk;  
  model y=gen;  
  random lat lat*rep lat*rep*blk;  
run;
```

Implementation in lme / lmer in R:

```
fit <- lme(yield ~ gen, random = ~1|lat/rep/blk)  
fit <- lmer(yield ~ gen  
           + (1|lat) + (1|lat:rep) + (1|lat:rep:blk) )
```

8. Strip-plot design



This is just one of several replicates

Block model

Rows: R

Columns: C

Randomization of rows and columns is crossed:

$$R \times C = R + C + R \bullet C$$

Rows and columns nested in block:

$$\text{BLOCK}/(R \times C) = \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet R + \text{BLOCK} \bullet C + \underline{\text{BLOCK} \bullet R \bullet C}$$

Treatment model

$$A \times B = A + B + A \bullet B$$

Full model

$$A + B + A \bullet B + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet R + \text{BLOCK} \bullet C + \underline{\text{BLOCK} \bullet R \bullet C}$$

Alternative representation of full model

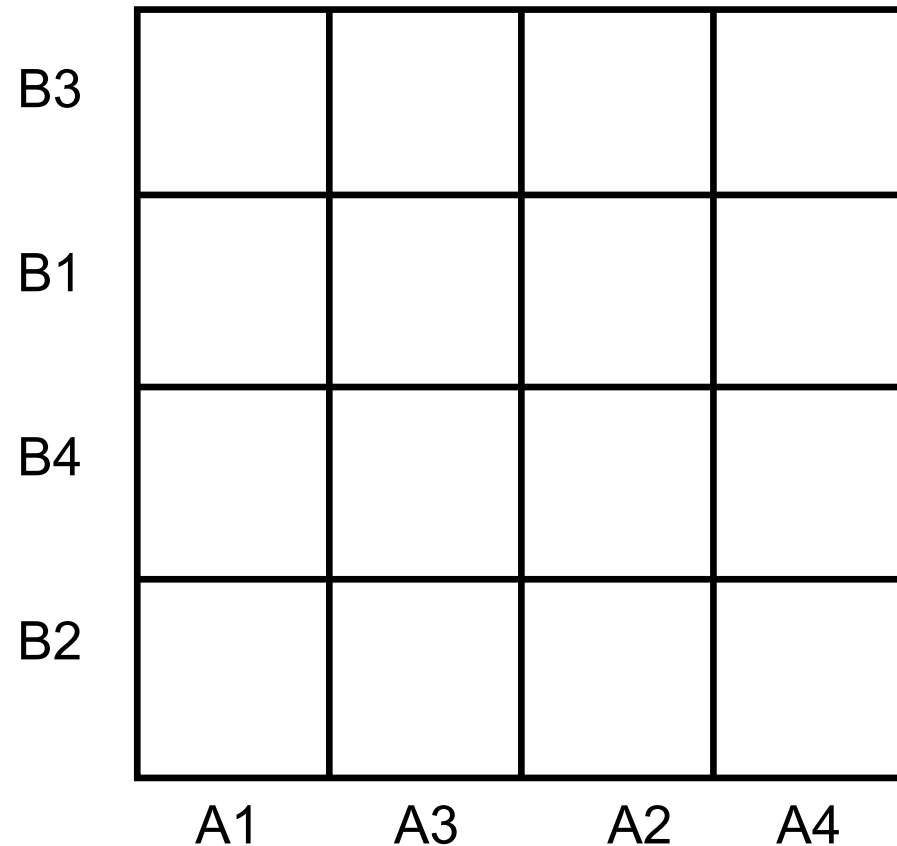
- A identifies **C** in BLOCK
- B identifies **R** in BLOCK

$A + B + A \bullet B + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \textcolor{blue}{R} + \text{BLOCK} \bullet \textcolor{red}{C} + \underline{\text{BLOCK} \bullet \textcolor{blue}{R} \bullet \textcolor{red}{C}}$

$\Rightarrow$

$A + B + A \bullet B + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \textcolor{blue}{B} + \text{BLOCK} \bullet \textcolor{red}{A} + \underline{\text{BLOCK} \bullet \textcolor{blue}{B} \bullet \textcolor{red}{A}}$

9. A four-factor strip-plot design



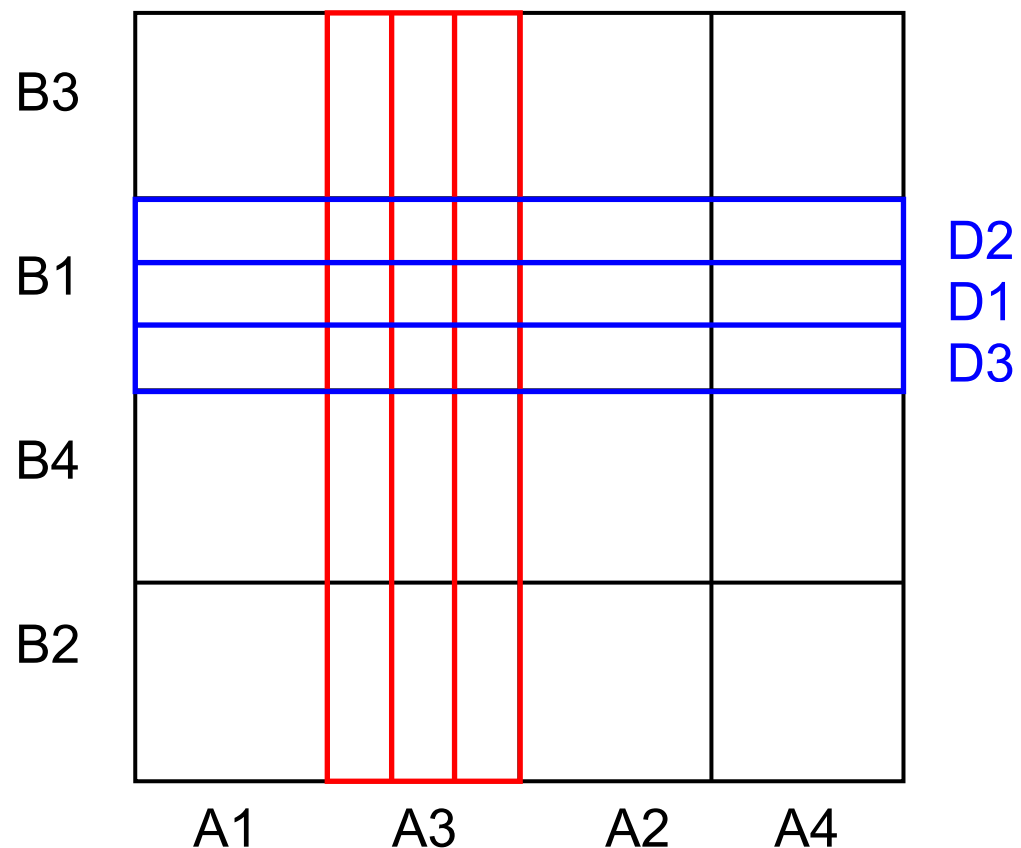
Large rows (LR)

Large columns (LC)

This is just one of several replicates

Small columns (SC)

C1 C2 C3



Small rows (SR)

Block model

Rows: LR/SR

Columns: LC/SC

Randomisation of rows and columns is crossed:

$$(LR/SR) \times (LC/SC) =$$

$$LR + LR \bullet SR + LC + LC \bullet SC + LR \bullet LC + LR \bullet LC \bullet SC + LR \bullet LC \bullet SR +$$

$$\underline{LR \bullet LC \bullet SR \bullet SC}$$

Rows and columns nested in block:

$$\text{BLOCK} / ((\text{LR}/\text{SR}) \times (\text{LC}/\text{SC})) =$$

$$\begin{aligned} \text{BLOCK} : & \text{BLOCK} \bullet \text{LR} + \text{BLOCK} \bullet \text{LR} \bullet \text{SR} + \text{BLOCK} \bullet \text{LC} + \text{BLOCK} \bullet \text{LC} \bullet \text{SC} + \\ & \text{BLOCK} \bullet \text{LR} \bullet \text{LC} + \text{BLOCK} \bullet \text{LR} \bullet \text{LC} \bullet \text{SC} + \text{BLOCK} \bullet \text{LR} \bullet \text{LC} \bullet \text{SR} + \\ & \underline{\text{BLOCK} \bullet \text{LR} \bullet \text{LC} \bullet \text{SR} \bullet \text{SC}} \end{aligned}$$

Treatment model

$$A \times B \times C \times D =$$

$$A + B + C + D + A*B + A\bullet C + A\bullet D + B\bullet C + B\bullet D + C\bullet D + \\ A\bullet B\bullet C + A\bullet B\bullet D + A\bullet C\bullet D + B\bullet C\bullet D + A\bullet B\bullet C\bullet D$$

10. Series of experiments

Rule 6 (Interaction between block and treatment factors)

- Usually assume block-treatment additivity (no interaction)
- Check if interaction is to be expected
- Interaction likely when levels of a block factor are very diverse

Series of RCBD experiments

- RCBD for varieties (GENO)
- Experiments at several sites (SITE)

Block model: $\text{SITE/BLOCK/PLOT} = \text{SITE} + \text{SITE} \bullet \text{BLOCK} + \text{SITE} \bullet \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}$

Treatment model: GENO

Full model: $\text{GENO} : \text{SITE/BLOCK/PLOT}$

$= \text{GENO} : \text{SITE} + \text{SITE} \bullet \text{BLOCK} + \underline{\text{SITE} \bullet \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}}$

Expect $\text{GENO} \bullet \text{SITE}$ interaction $\Rightarrow$

$\text{GENO} : \text{SITE} + \text{GENO} \bullet \text{SITE} + \text{SITE} \bullet \text{BLOCK} + \underline{\text{SITE} \bullet \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}}$

Multiple lattices in several environments

Replicate 1

	Lattice 1					Lattice 2					Lattice 3					Lattice 4					Lattice 5				
Block	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
	14	6	C1	C3	11	23	33	39	35	29	C1	C5	42	57	50	C2	71	80	66	68	C1	85	91	C3	82
	1	C4	12	10	C2	C4	34	C5	27	37	58	60	55	C2	43	76	74	67	63	C4	93	C2	86	90	C5
	9	18	2	8	4	24	22	30	C2	C1	53	56	59	41	45	64	C1	C5	77	61	98	84	100	97	87
	13	5	19	15	3	26	21	38	32	25	49	51	46	44	47	70	78	69	C3	75	83	88	C4	94	89
	C5	17	7	16	20	40	C3	28	31	36	52	58	C3	54	C4	62	73	65	79	72	92	99	95	81	96

Replicate 2

	Lattice 1					Lattice 2					Lattice 3					Lattice 4					Lattice 5				
Block	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
	C3	15	17	13	2	22	C3	27	C4	C2	C2	53	44	C4	58	C1	68	61	73	64	100	87	92	91	C5
	12	C4	7	C1	1	24	37	21	29	34	50	60	42	52	C5	72	69	66	67	75	90	94	96	98	95
	3	4	C5	11	C2	36	35	38	32	23	55	41	45	56	59	76	74	C5	C4	71	89	86	88	82	83
	9	19	16	18	5	C5	26	C1	33	30	51	C3	48	54	57	65	C2	62	70	C3	85	C2	C4	C3	99
	6	14	20	8	10	31	28	40	39	25	49	43	C1	46	47	79	63	78	67	80	C1	93	81	84	97

Figure: 5 simple lattices (5 x 5) with block size $k = 5$ for $v = 100$ genotypes and **5 checks (C1-C5)**

Design factors:

ENV	= environment
LAT	= lattice
REP	= replicate
BLK	= incomplete block
PLT	= plot

Treatment factors:

GEN	= genotypes
-----	-------------

Block model:

ENV/LAT/REP/BLK/PLT

Treatment model:

GEN

Interaction:

GEN•ENV

Block model resolved:

$ENV/LAT/REP/BLK/PLT =$

$ENV + ENV \bullet LAT + ENV \bullet LAT \bullet REP + ENV \bullet LAT \bullet REP \bullet BLK +$
 $ENV \bullet LAT \bullet REP \bullet BLK \bullet PLT$

Full model:

$GEN : GEN \bullet ENV + ENV + ENV \bullet LAT + ENV \bullet LAT \bullet REP + ENV \bullet LAT \bullet REP \bullet BLK +$
 $ENV \bullet LAT \bullet REP \bullet BLK \bullet PLT$

Some more examples for series of experiments

- Sites crossed with years

$\text{GENO} \times \text{YEAR} \times \text{SITE} =$

$\text{GENO} + \text{YEAR} + \text{SITE} + \text{GENO} \bullet \text{YEAR} + \text{GENO} \bullet \text{SITE} + \text{GENO} \bullet \text{YEAR} \bullet \text{SITE}$

- Sites nested within years

$\text{GENO} \times (\text{YEAR}/\text{SITE}) =$

$\text{GENO} + \text{YEAR} + \text{GENO} \bullet \text{YEAR} + \text{GENO} \bullet \text{YEAR} \bullet \text{SITE}$

Megaenvironments

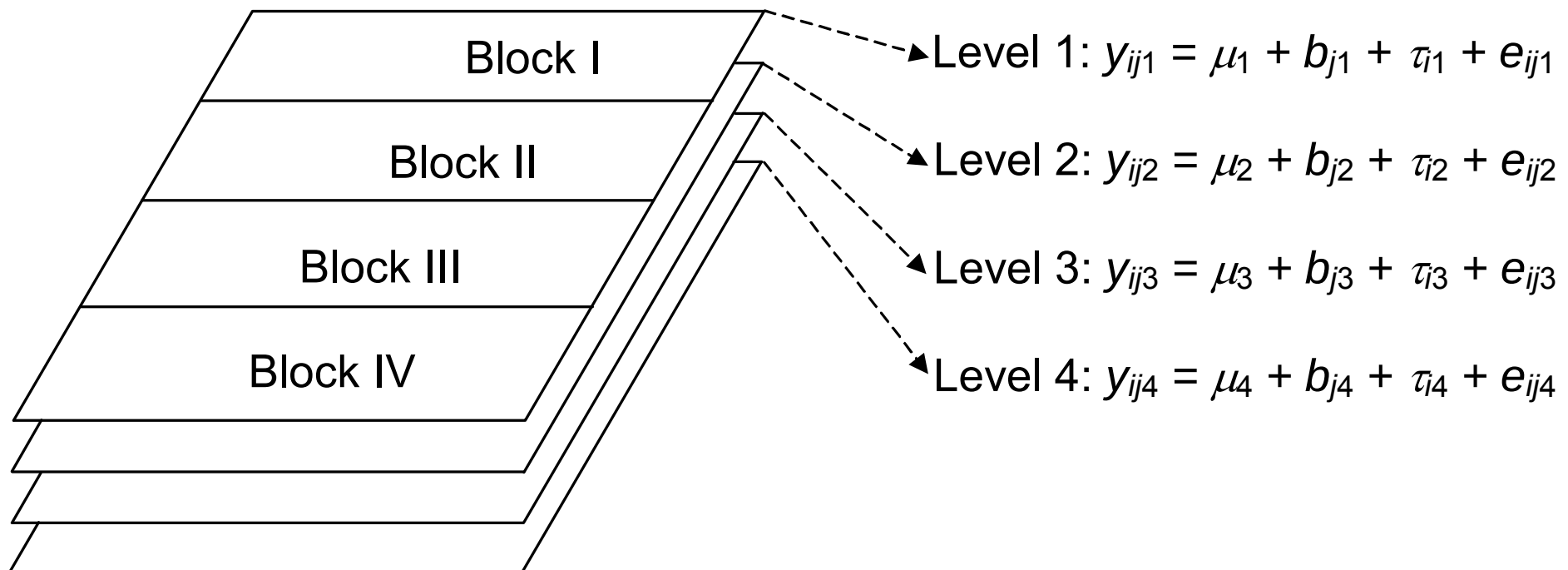
- Sites crossed with years

$\text{GENO} \times \text{MEGA}/(\text{YEAR} \times \text{SITE}) = \text{"13 effects"}$

- Sites nested within years

$\text{GENO} \times \text{MEGA}/(\text{YEAR}/\text{SITE}) = \text{"7 effects"}$

11. Repeated measurements



No randomization of soil depths $\Rightarrow$ errors e_{ij1} , e_{ij2} , e_{ij3} , e_{ij4} are correlated

Model

$(\text{TRT} + \text{BLOCK} : \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT}) \bullet \text{DEPTH}$

=

$\underbrace{\text{TRT} \bullet \text{DEPTH}} + \text{BLOCK} \bullet \text{DEPTH} : \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT} \bullet \text{DEPTH}$

Want factorial structure:

$\text{TRT} + \text{DEPTH} + \text{TRT} \bullet \text{DEPTH} + \text{BLOCK} \bullet \text{DEPTH} : \text{BLOCK} \bullet \text{PLOT} \bullet \text{DEPTH}$

SAS statements

```
proc mixed;  
  class trt block plot depth;  
  model yield = trt depth trt*depth block*depth;  
  repeated depth / subject = block*plot type = AR(1);  
run;
```

Autoregressive AR(1) model

$$\text{cov}(e_j, e_{j'}) = \sigma^2 \rho^{|j-j'|} \quad (0 < \rho < 1),$$

where

ρ = autocorrelation parameter

(time points j and j') or (spatial positions j and j')

$$\text{cov}(e_1, e_1) = \sigma^2 \rho^{|1-1|} = \sigma^2 \quad (\rho^0 = 1!)$$

$$\text{cov}(e_1, e_2) = \sigma^2 \rho^{|1-2|} = \sigma^2 \rho$$

$$\text{cov}(e_1, e_3) = \sigma^2 \rho^{|1-3|} = \sigma^2 \rho^2$$

$$\text{cov}(e_1, e_4) = \sigma^2 \rho^{|1-4|} = \sigma^2 \rho^3$$

etc.

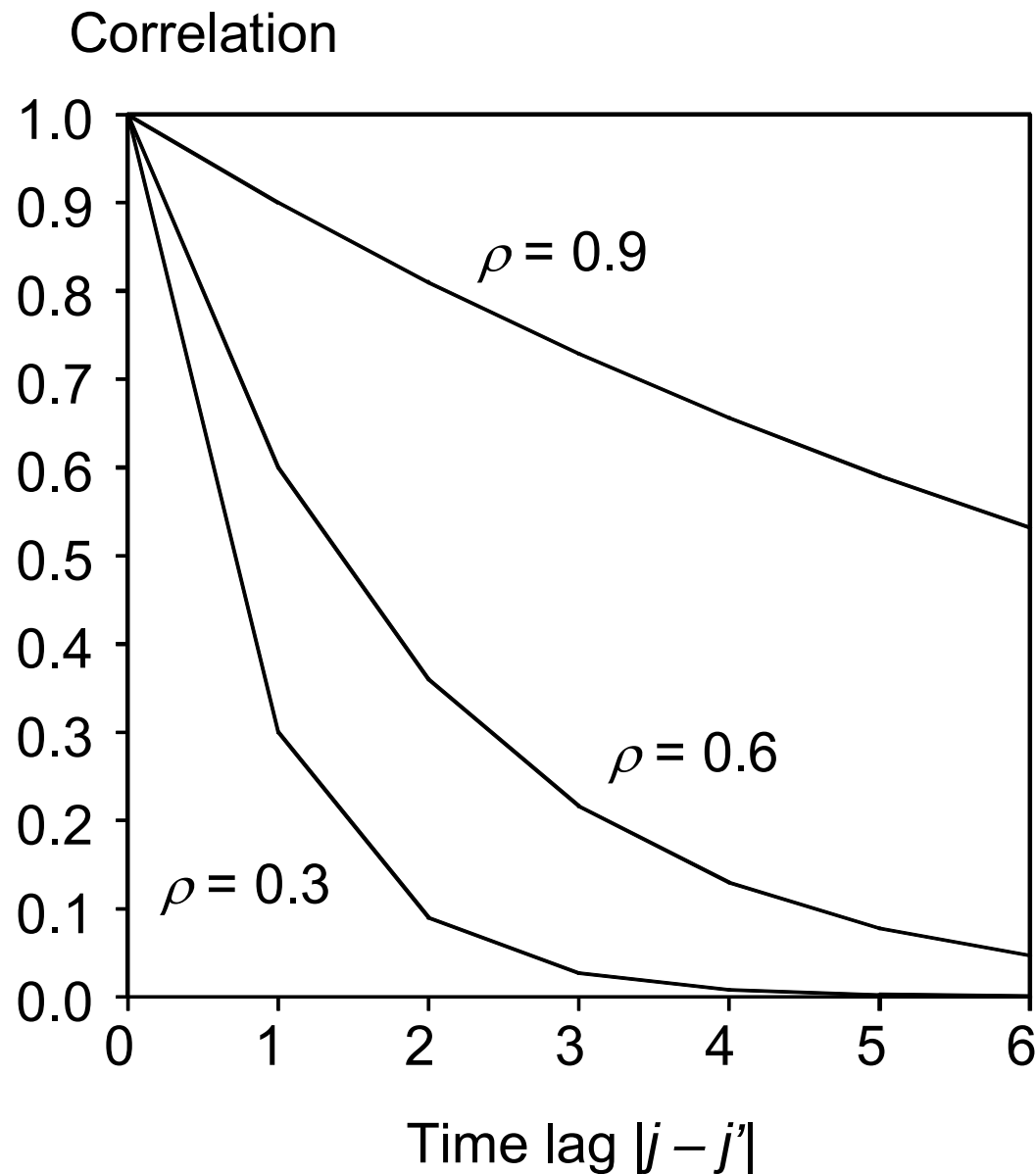


Figure: Correlation under an AR(1) model as a function of time lag for different values of the autocorrelation ρ .

12. Blocking out checks

- 5 checks (fixed)
- 1000 DHs test-crossed to tester of opposite pool (random)
- 2 testers, 500 test crosses each

GRP	Factor/covariate GEN	SWITCH
Check1	1001	0
Check2	1002	0
Check3	1003	0
Check4	1004	0
Check5	1005	0
Tester1	1-500	1
Tester2	501-1000	1

Model:

GRP/GEN = GRP : GRP•GEN

Want no random effects for checks:

GRP : SWITCH•GRP•GEN

(Fits unchanged, but variance-structures and hence standard errors differ!!)

Blocking out checks – ridge regression:

- Want to do ridge regression (GBLUP) using marker matrix Z
- Provide known variance-covariance matrix $\Gamma = ZZ^T$ (realized relationship!)
- Do not want to / cannot include checks in Γ

⇒ arbitrarily set **GEN** equal to level of a non-check for all checks (**GEN2**)

⇒ can do this because **SWITCH=0** for checks!!!

GRP	Factor/covariate		SWITCH
	GEN	GEN2	
Check1	1001	1	0
Check2	1002	1	0
Check3	1003	1	0
Check4	1004	1	0
Check5	1005	1	0
Tester1	1-500	1-500	1
Tester2	501-1000	501-1000	1

Model across environments:

- Multiple lattice experiments
- Replace GEN with GRP : SWITCH•GRP•GEN2

Block model:

ENV/LAT/REP/BLK/PLT

Treatment model:

GRP : SWITCH•GRP•GEN2

Interaction:

(GRP : SWITCH•GRP•GEN2)•ENV = GRP•ENV + SWITCH•GRP•GEN2•ENV

Full model:

$$\begin{aligned} & \text{GRP} : \text{SWITCH} \bullet \text{GRP} \bullet \text{GEN2} + \text{GRP} \bullet \text{ENV} + \text{SWITCH} \bullet \text{GRP} \bullet \text{GEN2} \bullet \text{ENV} + \\ & \text{ENV} + \text{ENV} \bullet \text{LAT} + \text{ENV} \bullet \text{LAT} \bullet \text{REP} + \text{ENV} \bullet \text{LAT} \bullet \text{REP} \bullet \text{BLK} + \\ & \text{ENV} \bullet \text{LAT} \bullet \text{REP} \bullet \text{BLK} \bullet \text{PLT} \end{aligned}$$

Literature

- Brien, C. J., 1983: Analysis of variance tables based on experimental structure. *Biometrics* **39**, 53-59.
- Brien, C. J., Demetrio, C.G.B., 2010: Formulating mixed models for experiments, including longitudinal experiments. *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics* **14**, 253-180.
- Nelder, J. A., 1965: The analysis of randomized experiments with orthogonal block structure. I. Block structure and the null analysis of variance. II. Treatment structure and the general analysis of variance. *Proceedings of the Royal Society of London A* **283**, 147-178.
- Patterson, H. D., 1997: Analysis of series of variety trials. In: R. A. Kempton, and P. N. Fox (eds.), Statistical methods for plant variety evaluation, pp. 139-161. Chapman and Hall, London.
- Payne, R. W., and G. N. Wilkinson, 1977: A general algorithm for analysis of variance. *Applied Statistics* **26**, 251-260.
- Piepho, H.P., Büchse, A., Emrich, K., 2003: A hitchhiker's guide to the mixed model analysis of randomized experiments. *Journal of Agronomy and Crop Science* **189**, 310-322.
- Piepho, H.P., Büchse, A., Richter, C., 2004: A mixed modelling approach to randomized experiments with repeated measures. *Journal of Agronomy and Crop Science* **190**, 230-247.

2 Fragen zu On-Farm Versuchen

Michael Dickeduisberg (Landwirtschaftskammer NRW / Uni Göttingen)

- 1) **Streifenversuche** kommen wegen der Einfachheit wieder in Mode. Wie muss ein Design und die Probenahme gewählt werden, damit Streifenversuche (z.B. Anbautechnik) ausgewertet werden können?
- 2) Ähnliches gilt für **Praxistests**: Kann ich landwirtschaftlichen Praxisanbau mit wissenschaftlichen Methoden auswerten? Beispiel: 10 Betriebe/Standorte bauen auf jeweils 1 ha Weizen an. Auf diesem 1 ha gibt es keine Unterschiede (Varianten). Zwischen den 1 ha großen Schlägen gibt es aber Unterschiede hinsichtlich Sorte (2 Sorten), Anbautechnik (Pflug / Mulchsaat) und Saatzeit (2 Flächen wurden deutlich später gesät). Zudem gibt es z.T. Bodenunterschiede (2x Tonboden, 8x Sandboden).

Streifenversuche

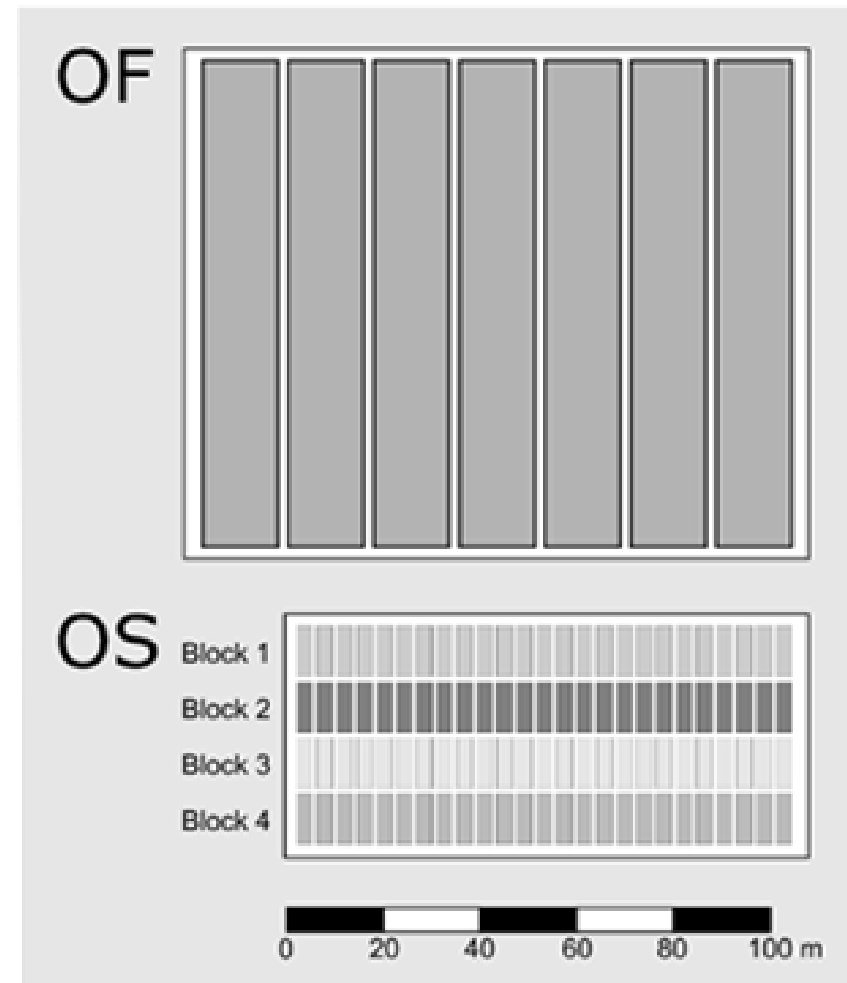


Figure. Schematic layout of an on-farm (OF) trial with 7 plots (top) and an on-station (OS) trial with 4 blocks a 25 plots (bottom) at a single environment, respectively. (c) Paul Schmidt

Design

Ein Standort = ein (unvollständiger) Block
Kann Einzelort nicht auswerten, aber die Serie

Entscheidende Fragen

Können Orte als Zufallsstichprobe aus Grundgesamtheit aufgefasst werden?
Werden Genotypen zufällig den Orten zugeordnet?
Werden Genotypen an jedem Standort randomisiert?

Modell

$$Y = \text{GENOTYP} : \text{ORT} + \underbrace{\text{ORT} \bullet \text{GENOTYP}}$$

Vermengt mit Parzellenfehler

Praxistest

Dieselbe entscheidende Frage lautet:

Können die Behandlungen zufällig den Feldern zugeordnet werden?

- Wenn ja, kein Problem $\Rightarrow$ Felder wie Parzellen in Exaktversuch
- Wenn nicht, haben wir eine Beobachtungsstudie $\Rightarrow$ Confounding

Literatur

Piepho, H.P., Richter, C., Spilke, J., Hartung, K., Kunick, A., Thöle, H. (2011): Statistical aspects of on-farm experimentation. *Crop and Pasture Science* **62**, 721-735.

Schmidt, P., Möhring, J., Koch, R.J., Piepho, H.P. (2016): More, larger, simpler: How comparable are on-farm and on-station trials for cultivar evaluation? *Crop Science* (submitted)

Fallstudie 1: Spaltanlage

Jens Tierling (YARA GmbH, Dülmen)

- Spaltanlage
- Feldversuch Winterweizen
- Wasserbehandlung (Großparzelle, 2 Level)
- Stickstoffdüngung (Kleinparzelle, 3 Level)
- 2-jährig (2014, 2015)
- Mehrere Merkmale:
 - Kornertrag
 - Biomasse
 - ETa (Evaporation/Transpiration)
 - Biomass water use efficiency (Sprossbiomasse/ ETa)
 - Agronomic water use efficiency (Kornertrag/ ETa)

Versuchsfragen

- Gab es Effekte von Stickstoff- und Wasserbehandlung auf die erwähnten Größen?
- Gab es eine Interaktion zwischen Wasser und N-Versorgung?
- Gab es einen Jahreseffekt?

Fragen

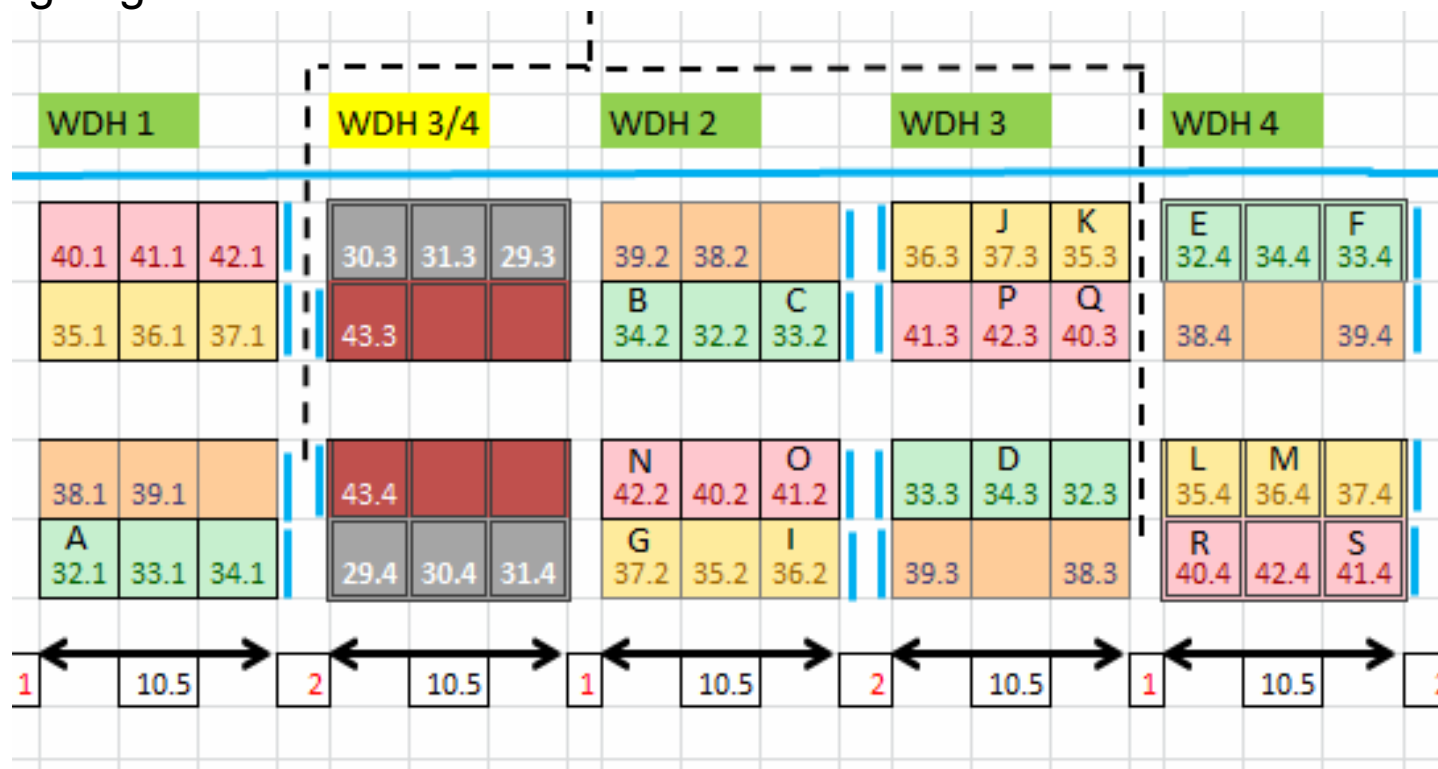
- Wie Faktor Jahr ins Modell
- Multivariate Analyse?
- Multiples Testen (wie bei mehreren Merkmalen / "Endpunkten")?

Versuchsplan 2014 (Ernte Winterweizen)

Prüfglieder 32, 33 und 34 (grün): 3 N-Stufen (0, 120 und 230 kg N/ha) bei ausreichender Wasserversorgung (Niederschlag plus Bewässerung nach Bedarf)

Prüfglieder 35, 36, und 37 (gelb): 3 N-Stufen (0, 120 und 230 kg N/ha) bei Wasserstress in der Wachstumsphase BBCH31-BBCH39

Prüfglieder 38-42 (orange und rot) nicht zur Verrechnung, da nur 1-jährige Tests.
WDH $\frac{3}{4}$ ist ein anderer Versuch, der technisch bedingt zwischen Block 1 und Block 2 gelegt werden musste.

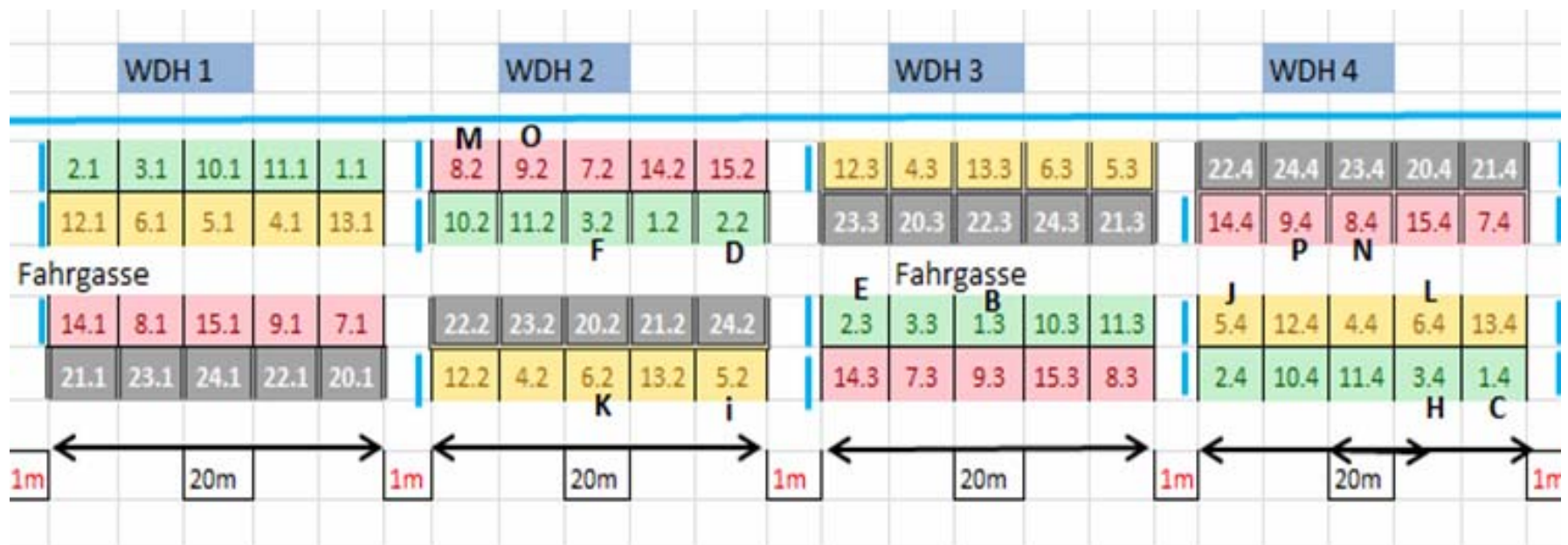


Versuchsplan 2015 (Ernte Winterweizen)

Prüfglieder 1, 2 und 3 (**grün**): 3 N-Stufen (0, 120 und 230 kg N/ha) bei ausreichender Wasserversorgung (Niederschlag plus Bewässerung nach Bedarf)

Prüfglieder 4, 5, und 6 (**gelb**): 3 N-Stufen (0, 120 und 230 kg N/ha) bei Wasserstress in der Wachstumsphase BBCH31-BBCH39

Prüfglieder 7-24 (grau und rot) nicht zur Verrechnung, da nur 1-jährige Tests



Faktoren

WATER = Wasserbehandlung

N = Stickstoffdüngung

BLOCK = Vollständiger Block

MAIN = Großteilstück

SUB = Kleinteilstück

YEAR = Jahr

Modell für ein Jahr

Behandlung:

$$N \times \text{WATER} = N + \text{WATER} + N.\text{WATER}$$

Design:

$$\text{BLOCK/MAIN/SUB} = \text{BLOCK} + \text{BLOCK.MAIN} + \underline{\text{BLOCK.MAIN.SUB}}$$



Restfehler
(automatisch angepasst)

vereinfacht:

$$\text{BLOCK/MAIN} = \text{BLOCK} + \text{BLOCK.MAIN}$$

Umsetzung in SAS

```
proc mixed data=trt_b;  
where year=2014;  
class block main N water;  
model grain=N water N*water / ddfm=KR;  
random block*main;  
run;
```

⇒ Merkmal "grain"

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Estimate
Block*main	0.2919
Residual	0.4232

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
N	2	12	159.24	<.0001
water	1	6	21.90	0.0034
N*water	2	12	0.64	0.5454

Modell für zwei Jahre

Behandlung:

$$N \times \text{WATER} = N + \text{WATER} + N \bullet \text{WATER}$$

Design:

$$\text{YEAR}/\text{BLOCK}/\text{MAIN} = \text{YEAR} + \text{YEAR} \bullet \text{BLOCK} + \text{YEAR} \bullet \text{MAIN} \bullet \text{BLOCK}$$

Interaktion:

$$\text{YEAR} \bullet (N \times \text{WATER}) = \text{YEAR} \bullet N + \text{YEAR} \bullet \text{WATER} + \text{YEAR} \bullet N \bullet \text{WATER}$$

Umsetzung in SAS

```
proc mixed;  
class block main N water year;  
model grain=N water N*water / ddfm=KR;  
random year year*block year*block*main  
        year*N year*water year*N*year;  
run;
```

Umsetzung in R / lmer

```
fit <- lmer(yield ~ N*water + (1|year) + (1|year:block)+  
            (1|year:block:main) + (1|year:N) +  
            (1|year:water) + (1|year:N:water))
```

Analyse grain

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Estimate
Year	0
Block*Year	0.1082
Block*main*Year	0.1591
N*Year	0.1544
water*Year	0
N*water*Year	0.09113
Residual	0.7072

Analyse grain

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
N	2	2.87	47.40	0.0063
water	1	3.87	25.86	0.0077
N*water	2	2.46	2.48	0.2574

Multivariate Analyse

Zusätzliche Variablen:

TRAIT = Merkmal

SUB = Kleinteilstück

Merkmale untereinander:

TRAIT	Y	YEAR	BLOCK	MAIN	SUB	WATER	N
yield	52.5	2014	1	1	1	1	1
biomass	98.2	2014	1	1	1	1	1
Eta	13.2	2014	1	1	1	1	1
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.

Multivariates Modell für ein Jahr

Behandlung:

$$\text{TRAIT} \bullet (\text{N} \times \text{WATER}) = \text{TRAIT} \bullet \text{N} + \text{TRAIT} \bullet \text{WATER} + \text{TRAIT} \bullet \text{N} \bullet \text{WATER}$$

Design:

$$\begin{aligned} \text{TRAIT} \bullet (\text{BLOCK}/\text{MAIN}/\text{SUB}) = & \text{TRAIT} \bullet \text{BLOCK} + \\ & \text{TRAIT} \bullet \text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} + \\ & \text{TRAIT} \bullet \text{BLOCK} \bullet \text{MAIN} \bullet \text{SUB} \end{aligned}$$

Fehler der Merkmale auf selber Parzelle sind korreliert

$$\text{var} \begin{pmatrix} e_{\text{yield}} \\ e_{\text{biomass}} \\ e_{\text{ETa}} \\ \vdots \end{pmatrix} = \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \cdots \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

SAS

repeated trait / subject=block*main*sub type = un;

R lmer:

(trait -1 | block:main:sub)

Umsetzung in SAS

```
proc mixed;  
class trait block main sub N water;  
model y =trait trait*block trait*N trait*water  
        trait*N*water;  
random   trait/sub=block*main type=UN;  
repeated trait/sub=block*main*sub type=UN;  
run;
```

Umsetzung in R / lmer

```
fit <- lmer(y ~ trait*N*water + trait:block +  
            (trait -1| block:main) +  
            (trait -1| block:main:sub))
```

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Subject	Estimate
UN(1,1)	Block*main	0.5165
UN(2,1)	Block*main	14.0995
UN(2,2)	Block*main	295.04
UN(3,1)	Block*main	0.3989
UN(3,2)	Block*main	10.0773
UN(3,3)	Block*main	0.2897
UN(1,1)	Block*main*sub	1.2959
UN(2,1)	Block*main*sub	8.7307
UN(2,2)	Block*main*sub	111.49
UN(3,1)	Block*main*sub	0.7121
UN(3,2)	Block*main*sub	4.7841
UN(3,3)	Block*main*sub	0.4232

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
trait	2	9	1104.67	<.0001
trait*Block	9	9	3.01	0.0581
trait*N	6	36	98.84	<.0001
trait*water	3	36	406.93	<.0001
trait*N*water	6	36	35.13	<.0001

Multiples Testen

Vergleichsbezogener Fehler 1. Art

- Für einen Vergleich wird H_0 fälschlicherweise verworfen (Fehler 1. Art).
- Dies ist ein vergleichsbezogener Fehler 1. Art.

Versuchsbezogener Fehler 1. Art

- Trifft dann zu, wenn unter allen $n(n-1)/2$ paarweisen Vergleichen mindestens ein vergleichsbezogener Fehler 1. Art auftritt.
- Ein versuchsbezogener Fehler 1. Art tritt nur dann *nicht* ein, wenn bei keinen der Vergleiche ein vergleichsbezogener Fehler 1. Art auftritt.

Multiples Testen

2 Optionen:

(1) Bonferroni für t Merkmale

=> Tukey Test pro Merkmal mit Signifikanzniveau α/t

(2) Multivariates Modell und Simulation

R: multcomp

SAS: GLIMMIX, ESTIMATE statement

Literaturhinweis

Bretz, F., Hothorn, T., Westfall, P. (2011): Multiple comparisons using R. CRC Press, Boca Raton.

Piepho, H.P., Möhring, J. (2011): On estimation of genotypic correlations and their standard errors by multivariate REML using the MIXED procedure of the SAS System. *Crop Science* **51**, 2449-2454.

Saville, D.J. (2015): Multiple comparison procedures - cutting the Gordian knot. *Agronomy Journal* 107, 730–735

Fallstudie 2: Blockanlage mit Teilblöcken

Ben Schmehe (Dottenfelderhof, Bad Vilbel)

- Hafer Leistungsprüfung
- 60 Sorten
- 3 vollständige Blöcke
- Teilblöcke a 20 Sorten
- 12 Zeilen x 15 Spalten
- 4 Zeilen = 1 Block

Beobachtung:

"Mit einer reinen Varianzanalyse erhält man einen sehr weiten Fehlerbalken."

NekAzu FZD	180 SE 15-4001 Eho 23-3 23/79	179 Oliver Selgen 9-3 9/76	178 755 SWBetRob w FZD 40-3 40/106	177 441 Chalvo w Eho 24-3 24/71	176 519 TomSkriwo w FZD 51-3 51/108	175 Apollon Nordsaat 15-3 62/15	174 600 TirSkw w FZD 43-3 117/43	173 594 TirSkw w FZD 42-3 63/42	172 Canyon SU Nordsaat 17-3 89/17	171 603 TirSkw w FZD 45-3 65/45	170 IvoFlati FZD 4-3 4/84	169 746 FlcoAra g FZD 33-3 33/112	168 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-3 3/69	167 740 FlcoAra g FZD 35-3 35/115	166 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-3 59/83	NekAzu FZD
NekAzu FZD	161 Era-15 weiss w FZD 54-3 54/105	162 734 FlcoL2838 g FZD 36-3 36/73	163 Kamil Selgen 8-3 8/77	164 Kertag Selgen 7-3 7/103	165 737 FlcoL2838 g FZD 37-3 37/78	166 549 TirSkw w FZD 47-3 91/47	167 654 TirSkw w FZD 49-3 86/49	168 Husky SU Nordsaat 16-3 90/16	169 Aragon Ua Check SU Nordsaat 20-3 87/14	160 SE 13-3002 Eho 20-3 93/20	161 VRS Symphony SU Nordsaat 2-3 2/68	162 743 FlcoAra g FZD 34-3 34/111	163 VRS Max NB IG Saatzaucht 1-3 1/82	164 Bison Nordsaat 14-3 56/81	165 AzulNek > 3,75 FZD 60-3 60/96	NekAzu FZD
NekAzu FZD	160 694 Skriwo w2 FZD 39-3 39/80	149 SE 14-3003 Eho 21-3 21/101	148 SE 14-3004 Eho 22-3 22/102	147 Baron SZ Donau 10-3 10/109	146 722 FlapBox g FZD 25-3 25/110	145 660 TirSkw w FZD 48-3 95/48	144 Scorpion SU Nordsaat 13-3 64/13	143 SE 306/12 FZD 19-3 61/19	142 Ivory SU Nordsaat 12-3 94/12	141 534 TomSkriwo w FZD 50-3 119/50	140 NekAzu FZD 5-3 5/85	139 673 FlapSkw w FZD 32-3 32/97	138 Max Z-14 IG Saatzaucht 58-3 58/67	137 676 FlapSkw w FZD 29-3 29/70	136 718 FlapBox g2 FZD 26-3 26/98	NekAzu FZD
NekAzu FZD	121 AzuNek FZD 6-3 6/72	122 Era-15 gelb g FZD 55-3 55/107	123 537 TomSkriwo w FZD 52-3 52/75	124 480 SkFlavinekara w FZD 38-3 38/104	125 712 ErbMon g FZD 53-3 53/74	126 588 TirSkw w FZD 46-3 92/46	127 648 TirSkw w FZD 44-3 118/44	128 Pinnacle PZ Oberimpurg 18-3 88/18	129 615 TirSkw w FZD 41-3 116/41	130 Typhon SU Nordsaat 11-3 120/11	131 680 FlapSkw w FZD 27-3 27/99	132 667 FlapSkw w FZD 28-3 28/66	133 687 FlapSkw w FZD 31-3 31/113	134 694 FlapSkw w FZD 30-3 30/114	135 Tim SZ Bauer 57-3 57/100	NekAzu FZD
NekAzu FZD	120 Typhon SU Nordsaat 11-2 130/11	119 534 TomSkriwo w FZD 50-2 141/50	118 648 TirSkw w FZD 44-2 127/44	117 600 TirSkw w FZD 43-2 174/43	116 615 TirSkw w FZD 41-2 129/41	115 740 FlcoAra g FZD 35-2 35/167	114 684 FlapSkw w FZD 30-2 30/134	113 687 FlapSkw w FZD 31-2 31/133	112 746 FlcoAra g FZD 33-2 33/169	111 743 FlcoAra g FZD 34-2 34/162	110 722 FlapBox g FZD 25-2 146/25	109 Baron SZ Donau 10-2 147/10	108 519 TomSkriwo w FZD 51-2 176/51	107 Era-15 gelb g FZD 55-2 122/55	106 755 SWBetRob w FZD 40-2 178/40	NekAzu FZD
NekAzu FZD	91 549 TirSkw w FZD 47-2 156/47	92 588 TirSkw w FZD 46-2 126/46	93 SE 13-3002 Eho 20-2 160/20	94 Ivory SU Nordsaat 12-2 142/12	95 660 TirSkw w FZD 48-2 145/48	96 AzuNek > 3,75 FZD 60-2 60/165	97 673 FlapSkw w FZD 32-2 32/139	98 718 FlapBox g2 FZD 26-2 26/136	99 680 FlapSkw w FZD 27-2 27/131	100 Tim SZ Bauer 57-2 57/135	101 SE 14-3003 Eho 21-2 149/21	102 SE 14-3004 Eho 22-2 148/22	103 Kertag Selgen 7-2 154/7	104 480 SkFlavinekara w FZD 38-2 124/38	105 Era-15 weiss w FZD 54-2 151/54	NekAzu FZD
NekAzu FZD	90 Husky SU Nordsaat 16-2 158/16	89 Canyon SU Nordsaat 17-2 172/17	88 Pinnacle PZ Oberimpurg 18-2 129/18	87 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-2 159/14	86 654 TirSkw w FZD 49-2 157/49	85 NekAzu FZD 5-2 5/140	84 IvoFlati FZD 4-2 4/170	83 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-2 59/166	82 VRS Max NB IG Saatzaucht 1-2 1/163	81 Bison Nordsaat 56-2 56/164	80 694 Skriwo w2 FZD 39-2 150/39	79 SE 15-4001 Eho 23-2 180/23	78 737 FlcoL2838 g FZD 37-2 155/37	77 Kamil Selgen 8-2 153/8	76 Oliver Selgen 9-2 179/9	NekAzu FZD
NekAzu FZD	61 SE 306/12 Eho 19-2 143/19	62 Apollon Nordsaat 15-2 173/15	63 594 TirSkw w FZD 42-2 173/42	64 Scorpion SU Nordsaat 13-2 144/13	65 603 TirSkw w FZD 45-2 171/45	66 667 FlapSkw w FZD 28-2 28/132	67 Max Z-14 IG Saatzaucht 58-2 58/138	68 VRS Symphony SU Nordsaat 2-2 2/161	69 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-2 3/168	70 676 FlapSkw w FZD 29-2 29/137	71 441 Chalvo w FZD 24-2 177/24	72 AzuNek FZD 6-2 121/6	73 734 FlcoL2838 g FZD 36-2 152/36	74 712 ErbMon g FZD 53-2 125/53	75 537 TomSkriwo w FZD 52-2 123/52	NekAzu FZD
NekAzu FZD	60 AzuNek > 3,75 FZD 59-1 96/165	59 Era-15 F2-F6 (1) FZD 58-1 83/166	58 Max Z-14 IG Saatzaucht 58-1 87/138	57 Tim SZ Bauer 57-1 100/135	56 Bison Nordsaat 56-1 81/164	55 Era-15 gelb g FZD 55-1 122/107	54 Era-15 weiss w FZD 54-1 151/105	53 712 ErbMon g FZD 53-1 125/74	52 537 TomSkriwo w FZD 52-1 123/75	51 519 TomSkriwo w FZD 51-1 179/109	50 534 TomSkriwo w FZD 50-1 119/141	49 654 TirSkw w FZD 49-1 86/157	48 660 TirSkw w FZD 48-1 95/145	47 549 TirSkw w FZD 47-1 91/156	46 588 TirSkw w FZD 46-1 92/126	NekAzu FZD
NekAzu FZD	31 687 FlapSkw w FZD 31-1 113/133	32 673 FlapSkw w FZD 32-1 97/139	33 746 FlcoAra g FZD 33-1 112/169	34 743 FlcoAra g FZD 34-1 111/162	35 740 FlcoAra g FZD 35-1 115/167	36 734 FlcoL2838 g FZD 36-1 152/73	37 737 FlcoL2838 g FZD 37-1 155/78	38 480 SkFlavinekara w FZD 38-1 124/104	39 694 Skriwo w2 FZD 39-1 150/60	40 755 SWBetRob w FZD 40-1 179/106	41 615 TirSkw w FZD 41-1 116/129	42 594 TirSkw w FZD 42-1 63/173	43 600 TirSkw w FZD 43-1 117/174	44 648 TirSkw w FZD 44-1 118/127	45 603 TirSkw w FZD 45-1 65/171	NekAzu FZD
NekAzu FZD	30 684 FlapSkw w FZD 30-1 114/134	29 676 FlapSkw w FZD 29-1 70/137	28 667 FlapSkw w FZD 28-1 66/132	27 680 FlapSkw w FZD 27-1 99/131	26 718 FlapBox g2 FZD 26-1 98/136	25 722 FlapBox g FZD 25-1 146/110	24 441 Chalvo w FZD 24-1 177/71	23 SE 15-4001 Eho 23-1 180/79	22 SE 14-3004 Eho 22-1 149/102	21 SE 14-3003 Eho 21-1 149/101	20 SE 13-3002 Eho 20-1 93/160	19 SE 308/12 Eho 19-1 61/143	18 Pinnacle PZ Oberimpurg 18-1 88/128	17 Canyon SU Nordsaat 17-1 89/172	16 Husky SU Nordsaat 16-1 90/158	NekAzu FZD
NekAzu FZD	1 VRS Max NB IG Saatzaucht 1-1 82/163	2 VRS Symphony SU Nordsaat 2-1 68/161	3 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-1 89/168	4 IvoFlati FZD 4-1 84/170	5 NekAzu FZD 5-1 85/140	6 AzuNek FZD 6-1 121/72	7 Kertag Selgen 7-1 154/103	8 Kamil Selgen 8-1 153/77	9 Oliver Selgen 9-1 179/76	10 Baron SZ Donau 10-1 147/109	11 Typhon SU Nordsaat 11-1 120/130	12 Ivory SU Nordsaat 12-1 94/142	13 Scorpion SU Nordsaat 13-1 64/144	14 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-1 87/159	15 Apollon Nordsaat 15-1 62/175	NekAzu FZD

Feldplan

Faktoren

SORTE

BLOCK
TEILBLOCK

Modell mit Teilblock

SORTE + BLOCK/TEILBLOCK

Modell ohne Teilblock

SORTE + BLOCK

```
%include 'd:/hpp/veroeff/12/mult/mult.sas';

ods output diffs=diffs lsmeans=lsmeans;

proc mixed data=a;
class sorte block teilblock;
model Ertrag=sorte block / ddfm=KR;
random block*teilblock;
lsmeans sorte/pdiff;
%mult(trt=sorte);
run;
```

SED & LSD ohne Teilblock

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	12.9169350	13.0716318	15.8882906
LSD	25.5859622	25.8923869	31.4716459

SED & LSD mit Teilblock

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	11.3621173	12.9856717	14.7687104
LSD	22.5147940	25.7319753	29.2651855

$\text{Var}(\text{Block} \bullet \text{Teilblock}) = 82.6$; $\text{Var}(\text{Residual}) = 193.7$

Aber: war das die richtige Analyse?

NekAzu FZD	180 SE 15-4001 Eho 23-3 23/79	179 Oliver Selgen 9-3 9/76	178 755 SWBetRob w FZD 40-3 40/106	177 441 Chalvo w FZD 24-3 24/71	176 519 TomSkrivo w FZD 51-3 51/108	175 Apollon Nordsaat 15-3 62/15	174 600 TirSkr w FZD 43-3 117/43	173 594 TirSkr w FZD 42-3 63/42	172 Canyon SU Nordsaat 17-3 89/17	171 603 TirSkr w FZD 45-3 65/45	170 IvoFlati FZD 4-3 4/84	169 746 FlicoAra g FZD 33-3 33/112	168 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-3 3/69	167 740 FlicoAra g FZD 35-3 35/115	166 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-3 59/83	NekAzu FZD
NekAzu FZD	161 Era-15 weiss w FZD 54-3 54/105	162 734 FlicoL2838 g FZD 36-3 36/73	163 Kamil Selgen 8-3 8/77	164 Kertag Selgen 7-3 7/103	165 737 FlicoL2838 g FZD 37-3 37/78	166 549 TirSkr w FZD 47-3 91/47	167 654 TirSkr w FZD 49-3 86/49	168 Husky SU Nordsaat 16-3 90/16	169 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-3 87/14	160 SE 13-3002 Eho 20-3 93/20	161 VRS Symphony SU Nordsaat 2-3 2/68	162 743 FlicoAra g FZD 34-3 34/111	163 VRS Max NB IG Saatzucht 1-3 1/82	164 Bison Nordsaat 56-3 56/81	165 AzuNek > 3,75 FZD 60-3 60/96	NekAzu FZD
NekAzu FZD	150 694 Skriv w2 FZD 39-3 39/80	149 SE 14-3003 Eho 21-3 21/101	148 SE 14-3004 FZD 22-3 22/102	147 Baron SZ Donau 10-3 10/109	146 722 FlapBox g FZD 25-3 25/110	145 680 TirSkr w FZD 48-3 95/48	144 Scorpion SU Nordsaat 13-3 64/13	143 SE 306/12 FZD 19-3 61/19	142 Ivory SU Nordsaat 12-3 94/12	141 534 TomSkrivo w FZD 50-3 119/50	140 NekAzu FZD 5-3 5/85	139 673 FlapSkr w FZD 32-3 32/97	138 Max Z-14 IG Saatzucht 58-3 58/67	137 676 FlapSkr w FZD 29-3 29/70	136 718 FlapBox g2 FZD 26-3 26/98	NekAzu FZD
NekAzu FZD	121 AzuNek FZD 6-3 8/72	122 Era-15 gelb g FZD 55-3 55/107	123 537 TomSkrivo w FZD 52-3 52/75	124 480 SkrFlavinekara w FZD 38-3 38/104	125 712 ErbMon g FZD 53-3 53/74	126 588 TirSkr w FZD 46-3 92/46	127 648 TirSkr w FZD 44-3 118/44	128 Pinnacle PZ Oberlumpurg 18-3 88/18	129 615 TirSkr w FZD 41-3 116/41	130 Typhon SU Nordsaat 11-3 120/11	131 680 FlapSkr w FZD 27-3 27/99	132 667 FlapSkr w FZD 28-3 28/66	133 687 FlapSkr w FZD 31-3 31/113	134 684 FlapSkr w FZD 30/114	135 Tim SZ Bauer 57-3 57/100	NekAzu FZD
NekAzu FZD	120 Typhon SU Nordsaat 11-2 130/11	119 534 TomSkrivo w FZD 50-2 141/50	118 648 TirSkr w FZD 44-2 127/44	117 600 TirSkr w FZD 43-2 174/43	116 615 TirSkr w FZD 41-2 129/41	115 740 FlicoAra g FZD 35-2 35/167	114 684 FlapSkr w FZD 30-2 30/134	113 687 FlapSkr w FZD 31-2 31/133	112 746 FlicoAra g FZD 33-2 33/169	111 743 FlicoAra g FZD 34-2 34/162	110 722 FlapBox g FZD 25-2 148/25	109 Baron SZ Donau 10-2 147/10	108 519 TomSkrivo w FZD 51-2 178/51	107 Era-15 gelb g FZD 55-2 122/55	106 755 SWBetRob w FZD 40-2 178/40	NekAzu FZD
NekAzu FZD	91 549 TirSkr w FZD 47-2 156/47	92 588 TirSkr w FZD 46-2 126/46	93 SE 13-3002 Eho 20-2 160/20	94 Ivory SU Nordsaat 12-2 142/12	95 660 TirSkr w FZD 48-2 145/48	96 AzuNek > 3,75 FZD 60-2 60/165	97 673 FlapSkr w FZD 32-2 32/139	98 718 FlapSkr g2 FZD 26-2 26/136	99 680 FlapSkr w FZD 27-2 27/131	100 Tim SZ Bauer 57-2 57/135	101 SE 14-3003 Eho 21-2 149/21	102 SE 14-3004 Eho 22-2 148/22	103 Kertag Selgen 7-2 154/7	104 480 SkrFlavinekara w FZD 38-2 124/38	105 Era-15 weiss w FZD 54-2 151/54	NekAzu FZD
NekAzu FZD	90 Husky SU Nordsaat 16-2 158/16	89 Canyon SU Nordsaat 17-2 172/17	88 Pinnacle PZ Oberlumpurg 18-2 128/18	87 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-2 159/14	86 654 TirSkr w FZD 49-2 157/49	85 NekAzu FZD 5-2 5/140	84 IvoFlati FZD 4-2 4/170	83 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-2 59/166	82 VRS Max NB IG Saatzucht 1-2 1/163	81 Bison Nordsaat 56-2 56/164	80 694 Skriv w2 FZD 39-2 150/39	79 SE 15-4001 Eho 23-2 180/23	78 737 FlicoL2838 g FZD 37-2 155/37	77 Kamil Selgen 8-2 153/8	76 Oliver Selgen 9-2 179/9	NekAzu FZD
NekAzu FZD	61 SE 306/12 Eho 19-2 143/19	62 Apollon Nordsaat 15-2 175/15	63 594 TirSkr w FZD 42-2 173/42	64 Scorpion SU Nordsaat 13-2 144/13	65 603 TirSkr w FZD 45-2 171/45	66 667 FlapSkr w FZD 28-2 28/132	67 Max Z-14 IG Saatzucht 58-2 58/138	68 VRS Symphony SU Nordsaat 2-2 2/161	69 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-2 3/168	70 676 FlapSkr w FZD 29-2 29/137	71 441 Chalvo w FZD 24-2 177/24	72 AzuNek FZD 6-2 121/6	73 734 FlicoL2838 g FZD 36-2 152/36	74 712 ErbMon g FZD 53-2 125/53	75 537 TomSkrivo w FZD 52-2 123/52	NekAzu FZD
NekAzu FZD	60 AzuNek > 3,75 FZD 60-1 96/165	59 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-1 83/166	58 Max Z-14 IG Saatzucht 58-1 67/138	57 Tim SZ Bauer 57-1 100/135	56 Bison Nordsaat 56-1 81/164	55 Era-15 gelb g FZD 55-1 122/107	54 Era-15 weiss w FZD 54-1 151/105	53 712 ErbMon g FZD 53-1 125/74	52 537 TomSkrivo w FZD 52-1 123/75	51 519 TomSkrivo w FZD 51-1 176/108	50 534 TomSkrivo w FZD 50-1 119/141	49 654 TirSkr w FZD 49-1 86/157	48 660 TirSkr w FZD 48-1 95/145	47 549 TirSkr w FZD 47-1 91/156	46 588 TirSkr w FZD 46-1 92/126	NekAzu FZD
NekAzu FZD	31 687 FlapSkr w FZD 31-1 113/133	32 673 FlapSkr w FZD 32-1 97/139	33 746 FlicoAra g FZD 33-1 112/169	34 743 FlicoAra g FZD 34-1 111/162	35 740 FlicoAra g FZD 35-1 115/167	36 734 FlicoL2838 g FZD 36-1 152/73	37 737 FlicoL2838 g FZD 37-1 155/78	38 480 SkrFlavinekara w FZD 38-1 124/104	39 694 Skriv w2 FZD 39-1 150/80	40 755 SWBetRob w FZD 40-1 178/106	41 615 TirSkr w FZD 41-1 116/129	42 594 TirSkr w FZD 42-1 63/173	43 600 TirSkr w FZD 43-1 117/174	44 648 TirSkr w FZD 44-1 118/127	45 603 TirSkr w FZD 45-1 65/171	NekAzu FZD
NekAzu FZD	30 684 FlapSkr w FZD 30-1 114/134	29 676 FlapSkr w FZD 29-1 70/137	28 687 FlapSkr w FZD 28-1 66/132	27 680 FlapSkr w FZD 27-1 99/131	26 718 FlapBox g2 FZD 26-1 98/136	25 722 FlapBox g FZD 25-1 146/110	24 441 Chalvo w FZD 24-1 177/71	23 SE 15-4001 Eho 23-1 180/79	22 SE 14-3004 Eho 22-1 148/102	21 SE 14-3003 Eho 21-1 93/101	20 SE 13-3002 Eho 20-1 93/160	19 SE 306/12 Eho 19-1 61/143	18 Pinnacle PZ Oberlumpurg 18-1 88/128	17 Canyon SU Nordsaat 89/172	16 Husky SU Nordsaat 16-1 90/158	NekAzu FZD
NekAzu FZD	1 VRS Max NB IG Saatzucht 1-1 82/163	2 VRS Symphony SU Nordsaat 2-1 68/161	3 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-1 69/168	4 IvoFlati FZD 4-1 84/170	5 NekAzu FZD 5-1 85/140	6 AzuNek FZD 6-1 121/72	7 Kertag Selgen 7-1 154/103	8 Kamil Selgen 8-1 153/77	9 Oliver Selgen 9-1 179/76	10 Baron SZ Donau 10-1 147/109	11 Typhon SU Nordsaat 11-1 120/130	12 Ivory SU Nordsaat 12-1 94/142	13 Scorpion SU Nordsaat 13-1 64/144	14 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-1 87/159	15 Apollon Nordsaat 15-1 62/175	NekAzu FZD

Feldplan

Meine Fragen

- Was ist der Grund für die Bildung von Teilblöcken?
- Nach welchen Gesichtspunkten wurden diese räumlich im Feld angeordnet?
- Wie genau haben Sie randomisiert?

Antworten von Ben Schmehe

1. Wir wollen vermeiden, dass nach einer Randomisierung die gleiche Wiederholung zweimal in der gleichen Spalte auftaucht. Bei eventuellen Gradienten im Feld verteilen sich die Auswirkungen etwas gleichmäßiger auf alle Varianten.

2. Jeder Teilblock befindet sich jeweils einmal am linken Rand, in der Mitte und einmal am rechten Rand der Anlage.

3. Die erste Gesamtwiederholung ist alphabetisch nach Namen sortiert, bei den folgenden Wiederholungen wurde jedem Prüfglied eine Zufallszahl (Excel) zugeordnet, dann zuerst nach Zufallszahl und dann nach Teilblocknummer sortiert.

Randomisation erfolgte nach Grosszeilen und Grossspalten

NekAzu FZD	180 SE 15-4001 Eho 23-3 23/79	179 Oliver Selgen 9-3 9/76	178 755 SWBetRob w FZD 40-3 40/106	177 441 Chalvo w FZD 24-3 24/71	176 519 TomSkrivo w FZD 51-3 51/108	175 Apollon Nordsaat 15-3 62/15	174 600 TirSkr w FZD 43-3 117/43	173 594 TirSkr w FZD 42-3 63/42	172 Canyon SU Nordsaat 17-3 89/17	171 603 TirSkr w FZD 45-3 65/45	170 IvoFlati FZD 4-3 4/84	169 746 FlicoAra g FZD 33-3 33/112	168 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-3 3/69	167 740 FlicoAra g FZD 35-3 35/115	166 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-3 59/83	NekAzu FZD
NekAzu FZD	161 Era-15 weiss w FZD 54-3 54/105	162 734 FlicoL2838 g FZD 36-3 36/73	163 Kamil Selgen 8-3 8/77	164 Kertag Selgen 7-3 7/103	165 737 FlicoL2838 g FZD 37-3 37/78	166 549 TirSkr w FZD 47-3 91/47	167 654 TirSkr w FZD 49-3 86/49	168 Husky SU Nordsaat 16-3 90/16	169 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-3 87/14	160 SE 13-3002 Eho 20-3 93/20	161 VRS Symphony SU Nordsaat 2-3 2/68	162 743 FlicoAra g FZD 34-3 34/111	163 VRS Max NB IG Saatzeit 1-3 1/82	164 Bison Nordsaat 56-3 56/81	165 AzuNek > 3,75 FZD 60-3 60/96	NekAzu FZD
NekAzu FZD	150 694 Skriwo w2 FZD 39-3 39/80	149 SE 14-3003 Eho 21-3 21/101	148 SE 14-3004 FZD 22-3 22/102	147 Baron SZ Donau 10-3 10/109	146 722 FlapBox g FZD 25-3 25/110	145 680 TirSkr w FZD 48-3 95/48	144 Scorpion SU Nordsaat 13-3 64/13	143 SE 306/12 Eho 19-3 61/19	142 Ivory SU Nordsaat 12-3 94/12	141 534 TomSkrivo w FZD 50-3 119/50	140 NekAzu FZD 5-3 5/85	139 673 FlapSkr w FZD 32-3 32/97	138 Max Z-14 IG Saatzeit 58-3 58/67	137 676 FlapSkr w FZD 29-3 29/70	136 718 FlapBox g2 FZD 26-3 26/98	NekAzu FZD
NekAzu FZD	121 AzuNek FZD 6-3 8/72	122 Era-15 gelb g FZD 55-3 55/107	123 537 TomSkrivo w FZD 52-3 52/75	124 480 SkriFlavineKara w FZD 38-3 38/104	125 712 ErbMon g FZD 53-3 53/74	126 588 TirSkr w FZD 46-3 92/46	127 648 TirSkr w FZD 44-3 118/44	128 Pinnacle PZ Oberlumpung 18-3 88/18	129 615 TirSkr w FZD 41-3 116/41	130 Typhon SU Nordsaat 11-3 120/11	131 680 FlapSkr w FZD 27-3 27/99	132 667 FlapSkr w FZD 28-3 28/66	133 687 FlapSkr w FZD 31-3 31/113	134 684 FlapSkr w FZD 30-3 30/114	135 Tim SZ Bauer 57-3 57/100	NekAzu FZD
NekAzu FZD	120 Typhon SU Nordsaat 11-2 130/11	119 534 TomSkrivo w FZD 50-2 141/50	118 648 TirSkr w FZD 44-2 127/44	117 600 TirSkr w FZD 43-2 174/43	116 615 TirSkr w FZD 41-2 129/41	115 740 FlicoAra g FZD 35-2 35/167	114 684 FlapSkr w FZD 30-2 30/134	113 687 FlapSkr w FZD 31-2 31/133	112 746 FlicoAra g FZD 33-2 33/169	111 743 FlicoAra g FZD 34-2 34/162	110 722 FlapBox g FZD 25-2 148/25	109 Baron SZ Donau 10-2 147/10	108 519 TomSkrivo w FZD 51-2 178/51	107 Era-15 gelb g FZD 55-2 122/55	106 755 SWBetRob w FZD 40-2 178/40	NekAzu FZD
NekAzu FZD	91 549 TirSkr w FZD 47-2 156/47	92 588 TirSkr w FZD 46-2 126/46	93 SE 13-3002 Eho 20-2 160/20	94 Ivory SU Nordsaat 12-2 142/12	95 660 TirSkr w FZD 48-2 145/48	96 AzuNek > 3,75 FZD 60-165 60/165	97 673 FlapSkr w FZD 32-2 32/139	98 718 FlapSkr g2 FZD 26-2 26/136	99 680 FlapSkr w FZD 27-2 27/131	100 Tim SZ Bauer 57-2 57/135	101 SE 14-3003 Eho 21-2 149/21	102 SE 14-3004 Eho 22-2 148/22	103 Kertag Selgen 7-2 154/7	104 480 SkriFlavineKara w FZD 38-2 124/38	105 Era-15 weiss w FZD 54-2 151/54	NekAzu FZD
NekAzu FZD	90 Husky SU Nordsaat 16-2 158/16	89 Canyon SU Nordsaat 17-2 172/17	88 Pinnacle PZ Oberlumpung 18-2 128/18	87 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-2 159/14	86 654 TirSkr w FZD 49-2 157/49	85 NekAzu FZD 5-2 5/140	84 IvoFlati FZD 4-2 4/170	83 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-2 59/166	82 VRS Max NB IG Saatzeit 1-2 1/163	81 Bison Nordsaat 56-2 56/164	80 694 Skriwo w2 FZD 39-2 150/39	79 SE 15-4001 Eho 23-2 180/23	78 737 FlicoL2838 g FZD 37-2 155/37	77 Kamil Selgen 8-2 153/8	76 Oliver Selgen 9-2 179/9	NekAzu FZD
NekAzu FZD	61 SE 306/12 Eho 19-2 143/19	62 Apollon Nordsaat 15-2 175/15	63 594 TirSkr w FZD 42-2 173/42	64 Scorpion SU Nordsaat 13-2 144/13	65 603 TirSkr w FZD 45-2 171/45	66 667 FlapSkr w FZD 28-2 28/132	67 Max Z-14 IG Saatzeit 58-2 58/138	68 VRS Symphony SU Nordsaat 2-2 2/161	69 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-2 3/168	70 676 FlapSkr w FZD 29-2 29/137	71 441 Chalvo w FZD 24-2 177/24	72 AzuNek FZD 6-2 121/6	73 734 FlicoL2838 g FZD 36-2 152/36	74 712 ErbMon g FZD 53-2 125/53	75 537 TomSkrivo w FZD 52-2 123/52	NekAzu FZD
NekAzu FZD	60 AzuNek > 3,75 FZD 60-1 96/165	59 Era-15 F2-F6 (1) FZD 59-1 83/166	58 Max Z-14 IG Saatzeit 58-1 67/138	57 Tim SZ Bauer 57-1 100/135	56 Bison Nordsaat 56-1 81/164	55 Era-15 gelb g FZD 55-1 122/107	54 Era-15 weiss w FZD 54-1 151/105	53 712 ErbMon g FZD 53-1 125/74	52 537 TomSkrivo w FZD 52-1 123/75	51 519 TomSkrivo w FZD 51-1 176/108	50 534 TomSkrivo w FZD 50-1 119/141	49 654 TirSkr w FZD 49-1 86/157	48 660 TirSkr w FZD 48-1 95/145	47 549 TirSkr w FZD 47-1 91/156	46 588 TirSkr w FZD 46-1 92/126	NekAzu FZD
NekAzu FZD	31 687 FlapSkr w FZD 31-1 113/133	32 673 FlapSkr w FZD 32-1 97/139	33 746 FlicoAra g FZD 33-1 112/169	34 743 FlicoAra g FZD 34-1 111/162	35 740 FlicoAra g FZD 35-1 115/167	36 734 FlicoL2838 g FZD 36-1 152/73	37 737 FlicoL2838 g FZD 37-1 155/78	38 480 SkriFlavineKara w FZD 38-1 124/104	39 694 Skriwo w2 FZD 39-1 150/80	40 755 SWBetRob w FZD 40-1 178/106	41 615 TirSkr w FZD 41-1 116/129	42 594 TirSkr w FZD 42-1 63/173	43 600 TirSkr w FZD 43-1 117/174	44 648 TirSkr w FZD 44-1 118/127	45 603 TirSkr w FZD 45-1 65/171	NekAzu FZD
NekAzu FZD	30 684 FlapSkr w FZD 30-1 114/134	29 676 FlapSkr w FZD 29-1 70/137	28 687 FlapSkr w FZD 28-1 66/132	27 680 FlapSkr w FZD 27-1 99/131	26 718 FlapBox g2 FZD 26-1 98/136	25 722 FlapBox g FZD 25-1 146/110	24 441 Chalvo w FZD 24-1 177/71	23 SE 15-4001 Eho 23-1 180/79	22 SE 14-3004 Eho 22-1 148/102	21 SE 14-3003 Eho 21-1 93/160	20 SE 13-3002 Eho 20-1 61/143	19 SE 306/12 Eho 19-1 61/143	18 Pinnacle PZ Oberlumpung 18-1 88/128	17 Canyon SU Nordsaat 89/172	16 Husky SU Nordsaat 16-1 90/158	NekAzu FZD
NekAzu FZD	1 VRS Max NB IG Saatzeit 1-1 82/163	2 VRS Symphony SU Nordsaat 2-1 68/161	3 VRS Poseidon SU Nordsaat 3-1 69/168	4 IvoFlati FZD 4-1 84/170	5 NekAzu FZD 5-1 85/140	6 AzuNek FZD 6-1 121/72	7 Kertag Selgen 7-1 154/103	8 Kamil Selgen 8-1 153/77	9 Oliver Selgen 9-1 179/76	10 Baron SZ Donau 10-1 147/109	11 Typhon SU Nordsaat 11-1 120/130	12 Ivory SU Nordsaat 12-1 94/142	13 Scorpion SU Nordsaat 13-1 64/144	14 Aragon Ua Check SU Nordsaat 14-1 87/159	15 Apollon Nordsaat 15-1 62/175	NekAzu FZD

Feldplan

Grossspalte

Grosszeile

Faktoren

SORTE

GROSSZEILE (=BLOCK) (vollständiger Block!)
GROSSSPALTE (ebenfalls vollständiger Block!)

Modell

SORTE + GROSSZEILE $\times$ GROSSSPALTE =

SORTE + GROSSZEILE + GROSSSPALTE : GROSSZEILE•GROSSSPALTE

SED & LSD bei Analyse nach Randomisationsplan

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	13.0355718	13.8957651	16.6411209
LSD	25.8559948	27.5621842	33.0075844

Var(Grosszeile•Grossspalte) = 0 ! :-(((

- ⇒ SED sehr heterogen wegen Gruppenbildung:
- klein bei Vergleichen innerhalb Gruppe
 - gross bei Vergleichen zwischen Gruppen

Postblocking

Faktoren

SORTE

GROSSZEILE

ZEILE

GROSSSPALTE

SPALTE

Modell

$\text{SORTE} + \text{GROSSZEILE} \times \text{GROSSSPALTE} + \text{ZEILE} + \text{SPALTE} =$

SED & LSD bei Analyse nach Randomisationsplan & Postblocking

The MEANS Procedure

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	7.4911421	8.3826694	10.1631157
LSD	14.8863813	16.6545725	20.1898607

Var(Grosszeile•Grossspalte) = 0
Var(Zeile) = 149.7
Var(Spalte) = 10.3
Var(Residual) = 79.0

- ⇒ Hauptstreuungsursache sind die Zeilen!
- ⇒ Postblocking bringt Gewinn an Genauigkeit
- ⇒ SED weiterhin sehr heterogen wegen Gruppenbildung
- ⇒ Verbesserung Designs ⇒ Zeilen = (unvollständige) Blöcke

Besseres Design: Latinisierter auflösbarer Zeilen-Spalten Plan

CycDesign TRlogfd

Date and time: Thu Aug 11 10:49:15 2016

Design properties

Resolvable

Two stage

Row-column design

Single factor

Design parameters

Number of treatments = 60

Number of rows = 4

Number of columns = 15

Number of replicates = 3

Latinized by columns (t-latinized columns=5)

Random number seed for design generation = 283

Average efficiency factors (Upper bounds) (Weights)

Row 0.927170 (0.928708) (0.250)

Column 0.676400 (0.679911) (0.067)

Row-Column 0.637822 (0.646185) (1.000)

Concurrencies

Concurrence	Row	Column
0	764	1500
1	765	270
2	228	0
3	13	0

Randomized design

column	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
row	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	53	7	18	29	19	40	51	33	44	49	30	34	37	45	57
2	54	42	50	28	3	52	2	59	5	47	4	38	13	6	22
3	31	36	32	43	55	26	46	12	16	41	60	23	14	39	35
4	11	27	56	8	17	9	24	25	15	20	48	58	21	10	1
1	45	57	47	46	37	39	19	8	4	11	24	25	15	42	50
2	59	5	26	1	48	29	6	53	17	38	32	43	40	20	36
3	16	41	30	34	12	27	56	22	23	14	28	3	54	51	9
4	58	21	10	52	2	13	35	60	7	18	44	49	55	31	33
1	44	38	25	51	39	45	54	30	50	1	41	2	56	8	17
2	9	60	13	6	20	3	57	32	34	37	11	26	59	7	16
3	4	49	40	15	22	31	36	21	10	28	29	19	46	12	18
4	35	24	23	14	33	48	58	42	43	55	52	27	53	5	47

- Ähnliche Struktur wie gelaufener Versuch (Grosszeilen und -spalten)
- Bessere Zusammensetzung der Zeilen und Spalten
- Bessere Zusammensetzung der Teilblöcke = Grossspalten × Grosszeilen

SED & LSD für Latinisierten auflösbaren Zeilen-Spalten-Plan

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	7.2971914	7.5444149	7.8405265
LSD	14.4829050	14.9735751	15.5612747

Varianzkomponenten aus Versuch Dottenfelderhof:

Var(Grosszeile•Grossspalte) = 0
Var(Zeile) = 149.7
Var(Spalte) = 10.3
Var(Residual) = 79.0

⇒ SED noch kleiner
⇒ SED viel homogener

Nochmal zum Vergleich der gelaufene Versuch mit Postblocking

SED & LSD

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	7.4130194	8.2787591	10.0409812
LSD	14.7468571	16.4690891	19.9747102

Varianzkomponenten aus Versuch Dottenfelderhof:

```
Var(Grosszeile•Grossspalte) = 0
Var(Zeile)                  = 149.7
Var(Spalte)                 = 10.3
Var(Residual)               = 79.0
```

§ Diesmal ohne Kenward-Roger Methode

... und ohne Postblocking

SED & LSD

Variable	Minimum	Mean	Maximum
SED	13.0355718	13.8957651	16.6411209
LSD	25.8559948	27.5621842	33.0075844

$\text{Var}(\text{Grosszeile} \bullet \text{Grossspalte}) = 0$

Fazit

- (1) Analyse as randomize
 - (2) Zeilen sind Hauptstreuungsursache $\Rightarrow$ Postblocking bei Analyse
 - (3) Optimierter Zeilen-Spalten-Plan ist doppelt so effizient wie gelaufener Versuch (ohne Postblocking)
- $\Rightarrow$ t-Latinisierung

Literatur

Piepho, H.P., Michel, V., Williams, E.R. (2015): Beyond Latin squares: A brief tour of row-column designs. *Agronomy Journal* **107**, 2263-2270.

Piepho, H.P., Michel, V., Williams, E.R. (2016): Nonresolvable row-column designs with an even distribution of treatment replications. *Journal of Agricultural, Environmental and Biological Statistics* **21**, 227-242.

Fallstudie 3: Spaltanlage mit hierarchischer Randomisation innerhalb der Grossteilstücke

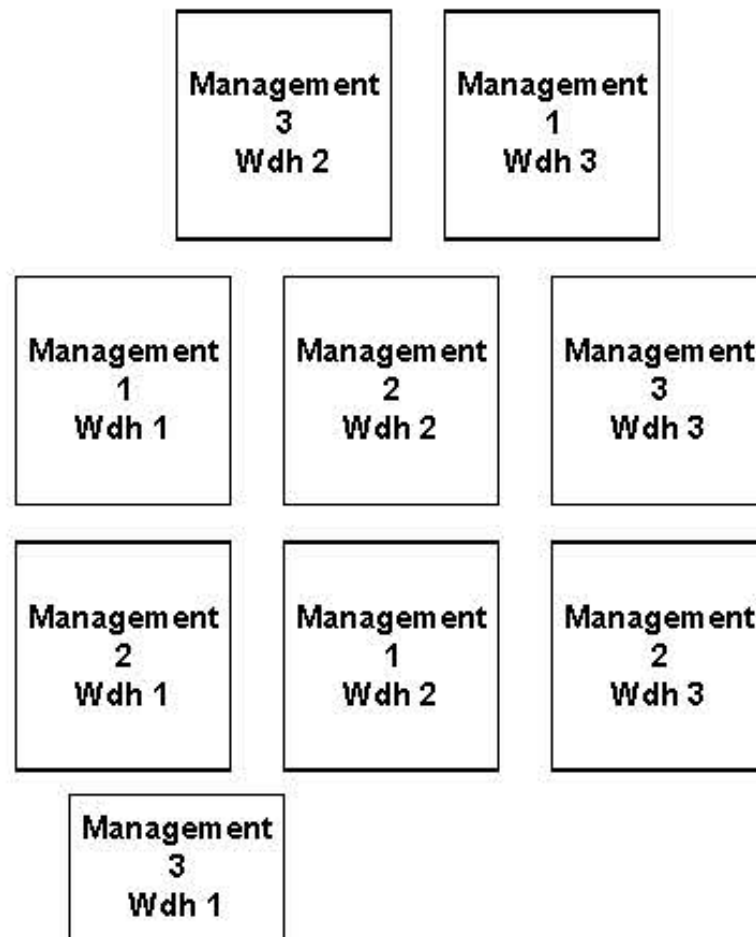
Sabrina Nagler (Acker- und Pflanzenbau, Universität Kiel)

- Briwecs-Projekt
- 220 Weizengenotypen
- Hierarchische Randomisation:
Wiederholung/Management/Abreife/Wuchshöhe/Sorten
- Mehrortig
- Ziel: Analyse Sorte $\times$ Management Interaktion

Problemstellung

"Es liegt eine hierarchische Randomisierung vor: in den Wiederholungen sind die Intensitäten (Management) randomisiert, in den Managements die Abreifegruppen, in den Abreifegruppen die Wuchshöhe und in der Wuchshöhe die Sorten."

2



Faktoren

- **Wiederholungen** (vollständige Blöcke)
- **Management** (3 Stufen)
- **Abreifegruppe** (früh, spät)
- **Wuchshöhe**
- **Sorte**

Randomisation

- Management in Wiederholungen
- Abreifegruppen in Management
- Wuchshöhe in Abreifegruppe
- Sorten in Wuchshöhe

⇒ Wiederholung / Management / Abreife / Höhe / Sorte

Zielstellung

- Gruppen sind nur für die Versuchsdurchführung und sollen nicht miteinander verglichen werden
- Die Frage ist, ob es Unterschiede zwischen den Genotypen gibt und ob es Interaktionen zwischen Genotyp und Management gibt

Modell

Behandlung:

$$\text{Sorte} \times \text{Management} = S + M + S \bullet M$$

Design:

Wiederholung / **M**anagement / **A**breife / **H**öhe / **S**orte

$$= W + W \bullet M + W \bullet M \bullet A + W \bullet M \bullet A \bullet H + W \bullet M \bullet A \bullet H \bullet S$$

(Ich war hier faul und habe Behandlungsfaktoren für Designmodell verwendet)

Umsetzung in SAS

```
proc mixed;  
class S M W M A H;  
model yield=S M S*M;  
random W W*M W*M*A W*M*A*H;  
run;
```

Umsetzung in R / lmer

```
fit <- lmer(yield ~ S*M + (1|W) + (1|W:M) + (1|W:M:A) +  
            (1|W:M:A:H))
```

Fallstudie 4: Blockanlage mit wiederholten Messungen (repeated measures)

Beate Stumpf (Institut für Pflanzenbau & Pflanzenzüchtung I,
Universität Giessen)

- Feldversuch Weizen
- 4 Wiederholungen (Blöcke)
- N-Düngung (5 Varianten, Kalkammonsalpeter)

N_0 : Kontrolle ohne N-Düngung

N_1 : 80 + 70 kg N/ha

N_2 : 40 + 35 kg N/ha

N_3 : 104 + 91 kg N/ha

N_4 : 80 + 40 + 30 kg N/ha

Die erste N-Gabe erfolgte während der Bestockung,
die zweite zum Schossen und die dritte zum Ährenschieben.

- 4 Zeiternten (systematische Anordnung)

DC75, DC77, DC85, DC92

Versuchsplan

"Die Randomisierung erfolgte nach

Schuster, W. H. und Lochow, J. (1992): Anlage und Auswertung von Feldversuchen. 3. Auflage. Hamburg: Agrimedia, S. 24.

Dort ist ein Beispiel eines Verteilungsplans für 5 Varianten und 4 Wiederholungen angegeben, der für den vorliegenden Versuch übernommen wurde."

b)

Zeile 1	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte
	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte
	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte
	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte
Zeile 2	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte
	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte
	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte
	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte
Zeile 3	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte
	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte
	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte
	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte
Zeile 4	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte	1. Ernte
	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte	2. Ernte
	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte	3. Ernte
	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte	4. Ernte

a)

c)

d)

Düngung N_0	Düngung N_2	Düngung N_4
Düngung N_1	Düngung N_3	

Düngung N_0

Düngung N_1

Düngung N_2

Düngung N_3

Düngung N_4



Randomisation?

- N-Varianten verteilt nach dem Plan von Schuster-Lochow
⇒ keine wirkliche Randomisation; "gerechtes" Design
⇒ 3 Blocksysteme: Zeilen (1-4), Spalten (1-4), Blöcke (a-d)
- Erntetermine: unrandomisiert
⇒ wiederholte Messungen (repeated measures)

Modell für einen Erntezeitpunkt

Faktoren

N

ZEILE

SPALTE

PARZELLE

Block-Modell

ZEILE $\times$ SPALTE

= ZEILE + SPALTE + ZEILE•SPALTE

= ZEILE + SPALTE + PARZELLE

(Achtung: Hier nur 2 der 3 Blockfaktoren berücksichtigt; es fehlt "Block a-d")

Gesamt-Modell

N + ZEILE + SPALTE : PARZELLE

(

Mit BLOCK:

N + ZEILE + SPALTE + BLOCK : PARZELLE

)

"Wiederholter" Faktor

ZEIT

Modell für einen Zeitpunkt

$$N + ZEILE + SPALTE : \underbrace{PARZELLE}_{\text{Parzellenfehler}}$$

Modell für mehrere Zeitpunkte

$$N \times ZEIT + (ZEILE + SPALTE : \underbrace{PARZELLE}_{\text{Parzellenfehler}}) \bullet ZEIT$$

⇒ alles mit ZEIT gekreuzt

Modell für mehrere Zeitpunkte

$$N \times ZEIT + (ZEILE + SPALTE : \underline{PARZELLE}) \bullet ZEIT =$$

$$N + ZEIT + ZEIT \bullet N + ZEIT \bullet ZEILE + ZEIT \bullet SPALTE : \underbrace{ZEIT \bullet \underline{PARZELLE}}_{\text{Parzellenfehler}}$$

Serielle Korrelation

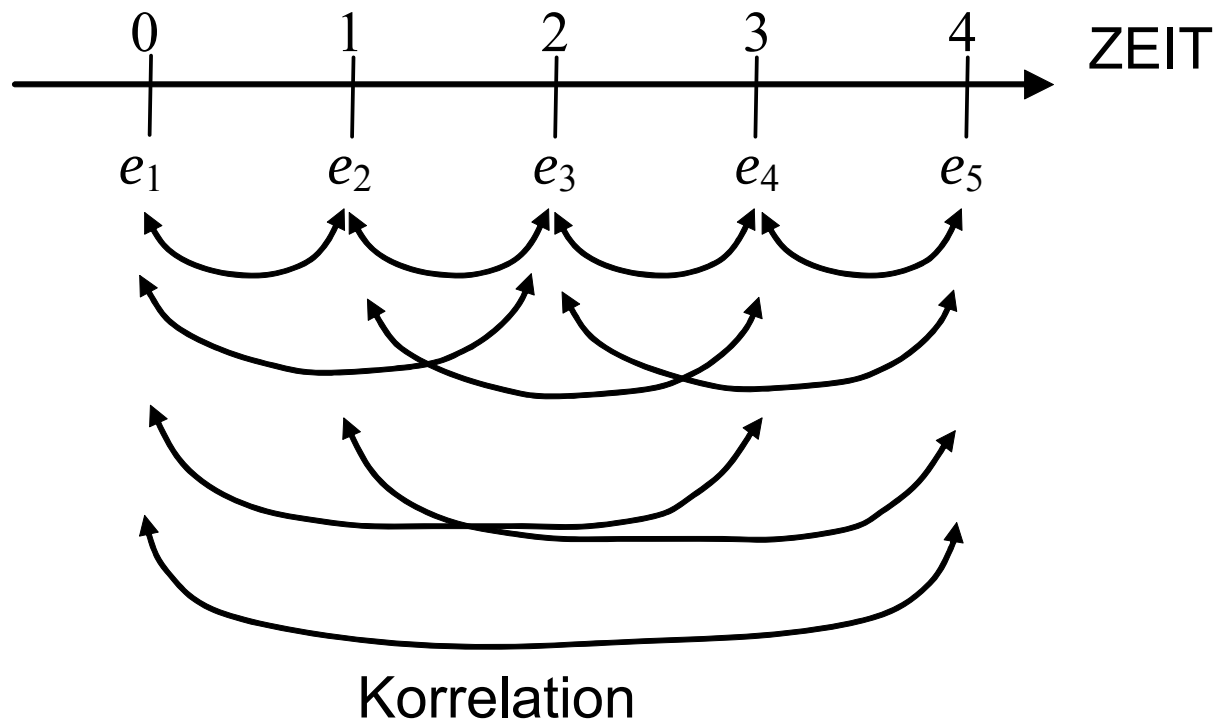


Abb.: Schematische Darstellung der Autokorrelation von Fehlern wiederholter Messungen auf derselben Parzelle.

Autoregressives AR(1) Modell

$$\text{cov}(e_j, e_{j'}) = \sigma^2 \rho^{|j-j'|} \quad (0 < \rho < 1)$$

wobei

ρ = Autokorrelation

(Zeitpunkte j und j')

$$\text{cov}(e_1, e_1) = \sigma^2 \rho^{|1-1|} = \sigma^2$$

$$\text{cov}(e_1, e_2) = \sigma^2 \rho^{|1-2|} = \sigma^2 \rho$$

$$\text{cov}(e_1, e_3) = \sigma^2 \rho^{|1-3|} = \sigma^2 \rho^2$$

$$\text{cov}(e_1, e_4) = \sigma^2 \rho^{|1-4|} = \sigma^2 \rho^3$$

etc.

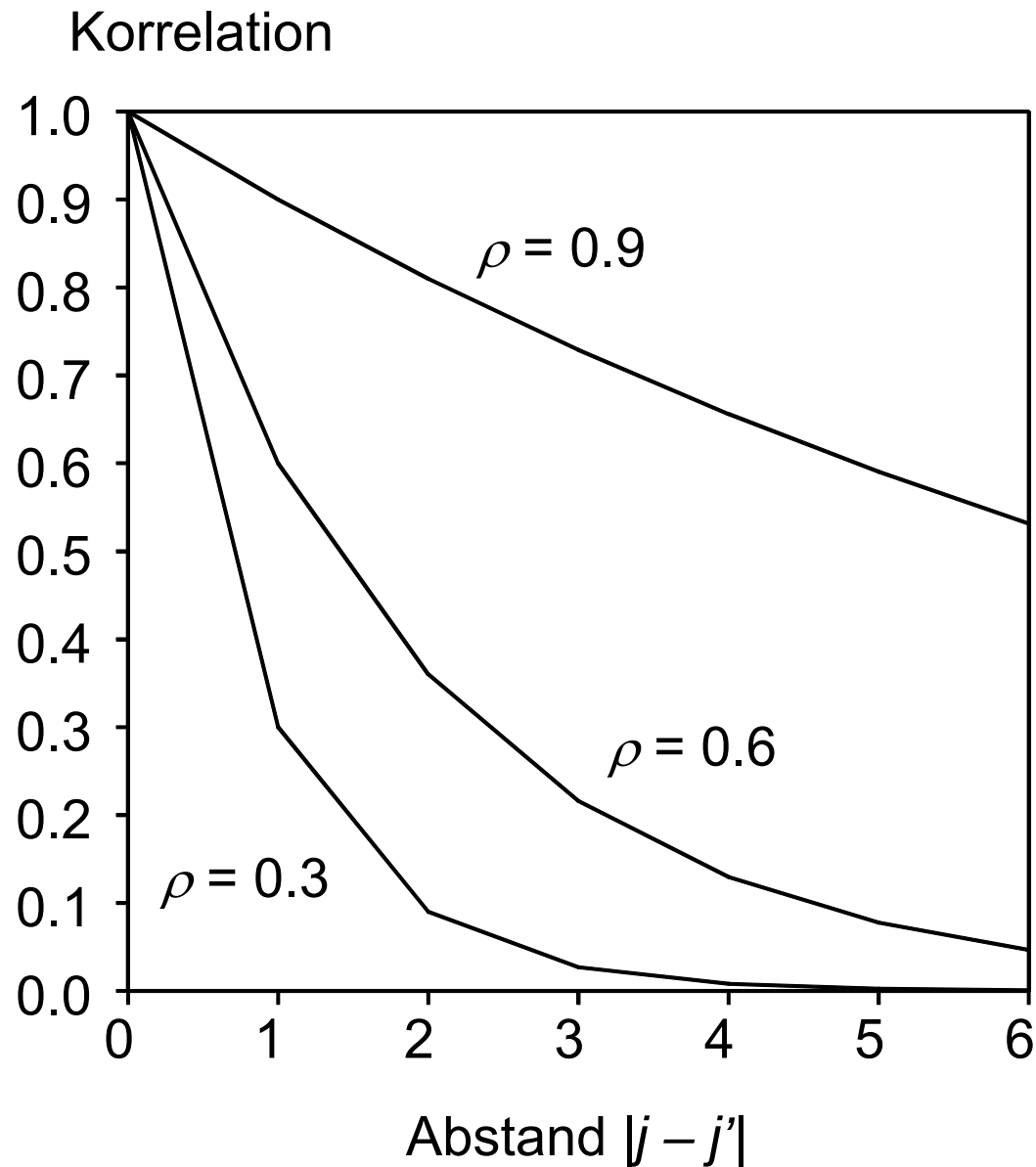


Abb.: Korrelation für AR(1) Modell in Abhängigkeit vom zeitlichen Abstand für verschiedene Werte der Autokorrelation ρ .

Unstrukturiertes Modell (UN)

$$\text{cov}(e_j, e_{j'}) = \sigma_j \sigma_{j'} \rho_{jj'} ,$$

wobei

σ_j^2 = Varianz zum Zeitpunkt j

$\rho_{jj'}$ = Korrelation der Zeitpunkte j und j'

⇒ Das flexibelste Modell, aber auch das teuerste

Compound symmetry (CS) Modell

$$\text{cov}(e_j, e_{j'}) = \sigma^2 \rho \quad (j \neq j') \quad \text{und}$$

$$\text{var}(e_j) = \sigma^2 .$$

Auch bekannt als:

- equal correlation model oder
 - split-plot in time model:
-
- Problem: Zeitpunkte können nicht randomisiert werden

Akaike Information Criterion (AIC)

$$AIC = -2 \log L_R + 2p ,$$

wobei

L_R = Restricted log likelihood

p = Zahl der Varianzparameter

Je kleiner AIC umso besser das Modell

"Subjects"

- Beobachtungen von derselben Parzelle sind korreliert
(Zeit nicht randomisiert)
- Beobachtungen von verschiedenen Parzellen sind unabhängig
(Randomisation der N-Varianten!)

⇒ Parzelle = "Subject"

Umsetzung in SAS

```
proc mixed;  
class n zeile spalte parzelle zeit;  
model yield=n zeit zeit*n zeit*zeile zeit*spalte;  
repeated zeit / subject=parzelle type=ar(1);  
run;
```

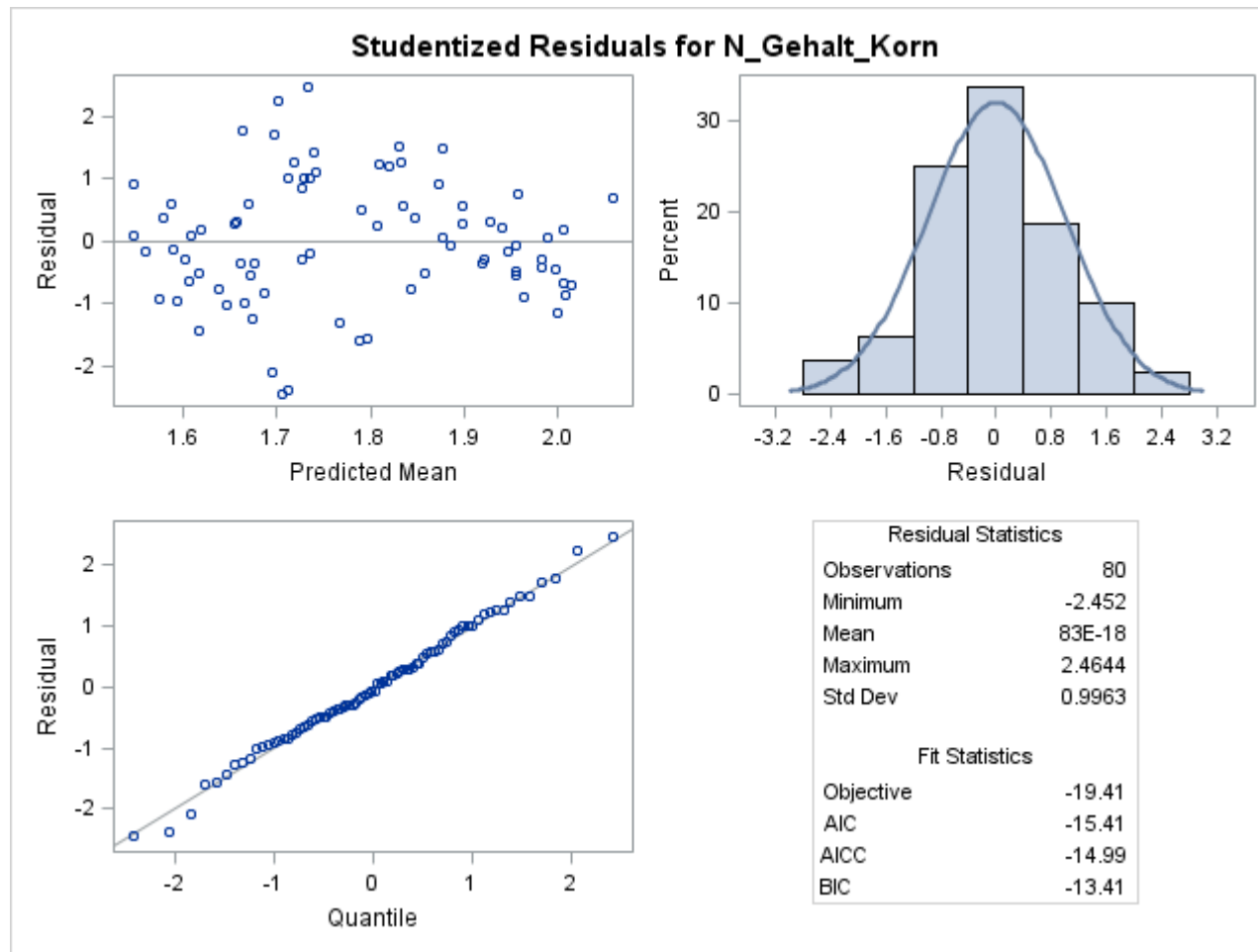
Umsetzung in R / gls

```
fit <-= gls(yield ~ zeit * (zeile + spalte + n),  
            corr = corAR1(form = ~ zeit | parzelle))
```

Vergleich verschiedener Varianz-Kovarianz Modelle

Modell für e_t	p	$-2 \times \log L_R$	AIC
Unabhängig (ID)	1	13.5	15.5
Compound symmetry (CS)	2	-17.6	-13.6
Autoregressiv AR(1)	2	-19.4	-15.4
Unstrukturiert (UN)	6	-29.6	-9.6

Achtung: Um verschiedene Varianz-Kovarianz Modelle vergleichen zu können, muss die Struktur für die festen Effekte identisch sein.



Residuenplot (studentisierte Residuen)

F-Tests

The Mixed Procedure

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
N	4	8.32	5.94	0.0149
zeit	3	23.8	4.32	0.0145
N*zeit	12	23.6	1.75	0.1193
Zeile*zeit	12	22.7	0.91	0.5496
spalte*zeit	16	21.6	1.61	0.1488

Umsetzung in SAS

```
proc glimmix data=a plots=studentpanel;  
class n zeile spalte parzelle zeit;  
model n_gehalt_korn=n zeit zeit*n zeit*zeile zeit*spalte  
      / ddfm=KR;  
random zeit / subject=parzelle type=ar(1) residual;  
lsmeans zeit n/lines;  
run;
```

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Subject	Estimate	Standard Error
AR(1)	Parzelle	0.8675	0.06439
Residual		0.01572	0.006616

Estimated R Matrix for Parzelle 7001_1

Row	Col1	Col2	Col3	Col4
1	0.01572	0.01364	0.01183	0.01026
2	0.01364	0.01572	0.01364	0.01183
3	0.01183	0.01364	0.01572	0.01364
4	0.01026	0.01183	0.01364	0.01572

The GLIMMIX Procedure

T Grouping for zeit Least Squares Means (Alpha=0.05)

LS-means with the same letter are not significantly different.

zeit	Estimate		
DC75	1.8060		A
			A
DC92	1.7809	B	A
		B	A
DC85	1.7798	B	A
		B	
DC77	1.7545	B	

The GLIMMIX Procedure

T Grouping for N Least Squares Means (Alpha=0.05)

LS-means with the same letter are not significantly different.

N	Estimate		
N3	1.9693		A
			A
N4	1.8812	B	A
		B	
N1	1.7540	B	C
			C
N2	1.6599		C
			C
N0	1.6371		C

Zum Design

- Einen Zeilen-Spalten-Plan kann man ganz einfach mit entsprechender Software erzeugen
- Dann hat man einen wirklich randomisierten Plan
- Das ist besser, also Pläne aus einem Lehrbuch zu übernehmen, die nicht randomisiert sind

OPTEX in SAS

CycDesign 6.0 (VSN International)

"Gerechtes" Design in OPTEX

```
proc optex data=Fertilizer coding=orth;  
  class N;  
  model N;  
  blocks design=a;  
  class zeile spalte block;  
  model zeile spalte, block / prior=0,10;  
  output out=NBD;  
run;
```

N

1	2	3	0	4
3	4	0	1	2
2	0	4	3	1
4	3	1	2	0

Zeile

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4

Block

a	a	b	b	b
a	a	a	b	b
c	c	d	d	d
c	c	c	d	d

Spalte

1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

⇒ Das ist randomisiert!

Literatur

Piepho, H.P., Büchse, A., Richter, C. (2004): A mixed modelling approach to randomized experiments with repeated measures. *Journal of Agronomy and Crop Science* **190**, 230-247.

Piepho, H.P. (2015): Generating efficient designs for comparative experiments using the SAS procedure OPTEX. *Communications in Biometry and Crop Science* **10**, 96-114.

Piepho, H.P., Edmondson, R. (2016): A tutorial on polynomial regression for factorial experiments with quantitative treatment levels. *Journal of Agricultural Science* (Editorial, under review).

Fallstudie 5: Zeitlich und räumlich wiederholte Messungen

Matthias Westerschulte (Fachbereich Pflanzenernährung und Pflanzenbau,
Hochschule Osnabrück)

- Stoffdynamikversuch
- Unterfußgülleapplikation bei Mais
- Zweifaktorielle Blockanlage
- 4 Wiederholungen

Versuchsfrage:

Räumliche und zeitliche Nmin-Dynamik bei Gülle-Depotapplikation
(+/- Nitrifikationshemmstoff) im Vergleich zum Standardverfahren

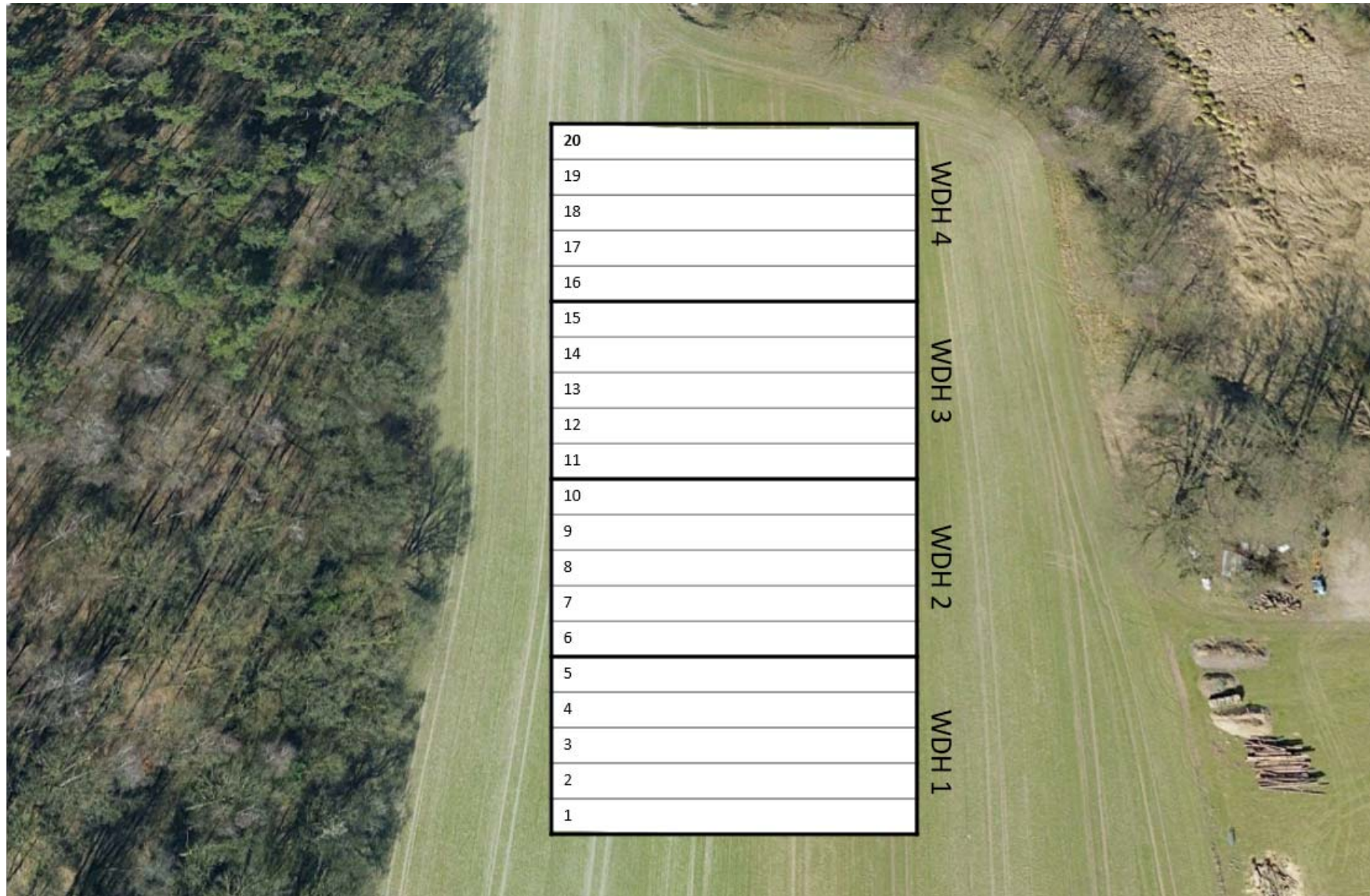
Zwei Behandlungsfaktoren

Faktor 1: Düngungsverfahren (Standard oder Depot)

Faktor 2: Nitrifikationshemmstoff (+NH oder -NH)

Nr.	Verfahren	mineralische Unterfußdüngung	Gülledüngung	Nitrifikations- hemmstoff (NH)
1	Kontrolle	0	0	nein
2	Standard	23 N / 23 P	breit	nein
3	Depot	Gülle	Depot	nein
4	Standard + NH	23 N / 23 P	breit	ja
5	Depot + NH	Gülle	Depot	ja

" Bei Weglassen der ungedüngten Kontrolle wäre 2faktorielle Auswertung möglich"



Lageplan

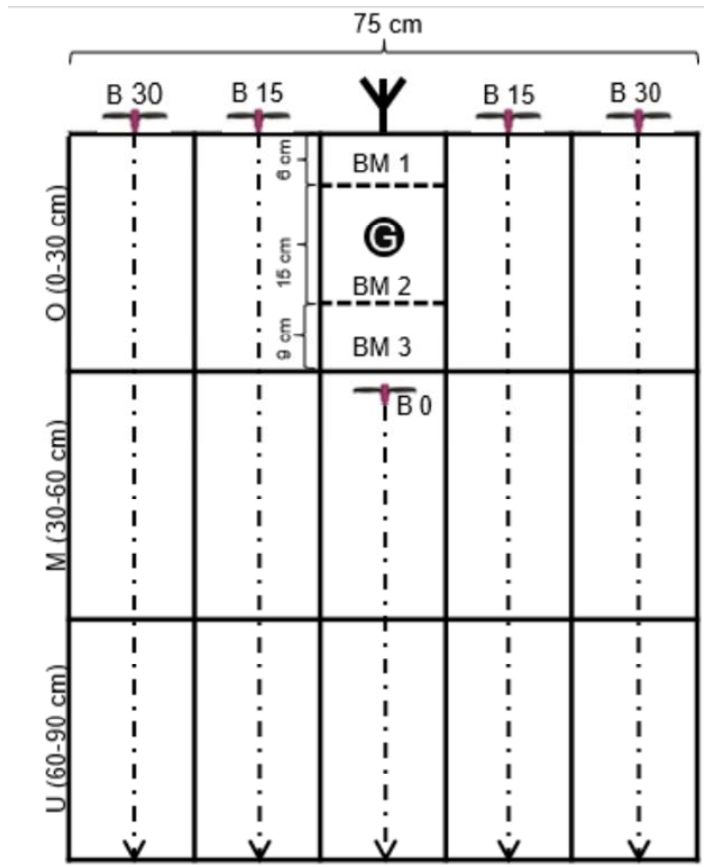
(c) M. Westerschulte

Beprobungstermine

- 1 Tag nach Gülleapplikation
- Nachauflauf
- 6-Blatt
- 10-Blatt
- Blüte
- (Nacherntebeprobung steht noch aus)

⇒ Wiederholte Messungen in der Zeit

Beprobungsschema



B = Bohrstockbeprobung

G = Gülleband

BM = Bodenmonolith

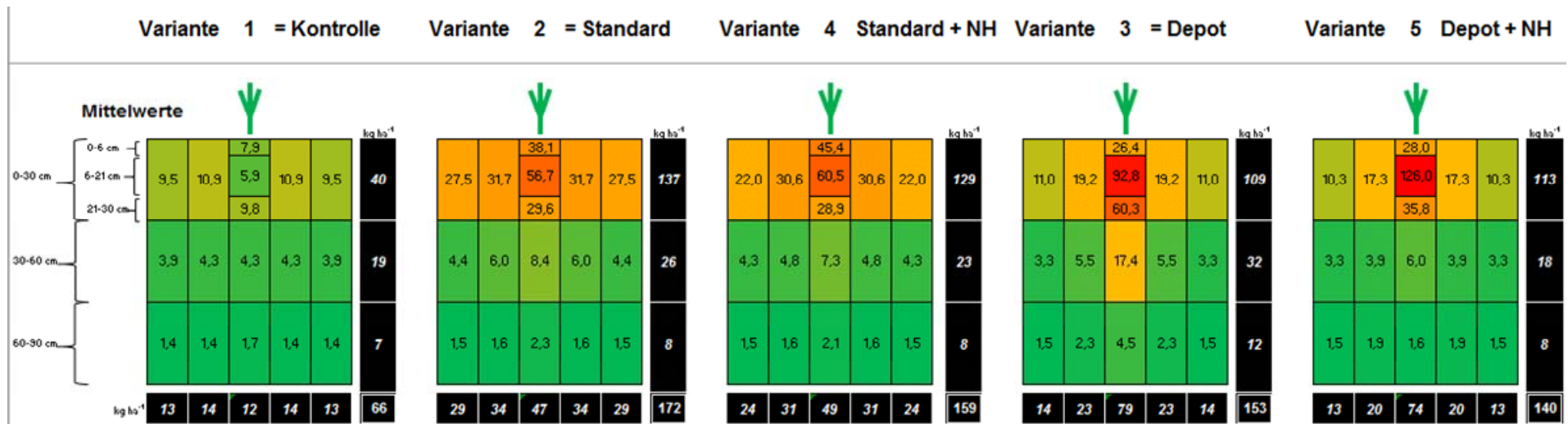
(c) M. Westerschulte

⇒ Wiederholte Messungen im Raum (2D)

Datenaufbereitung

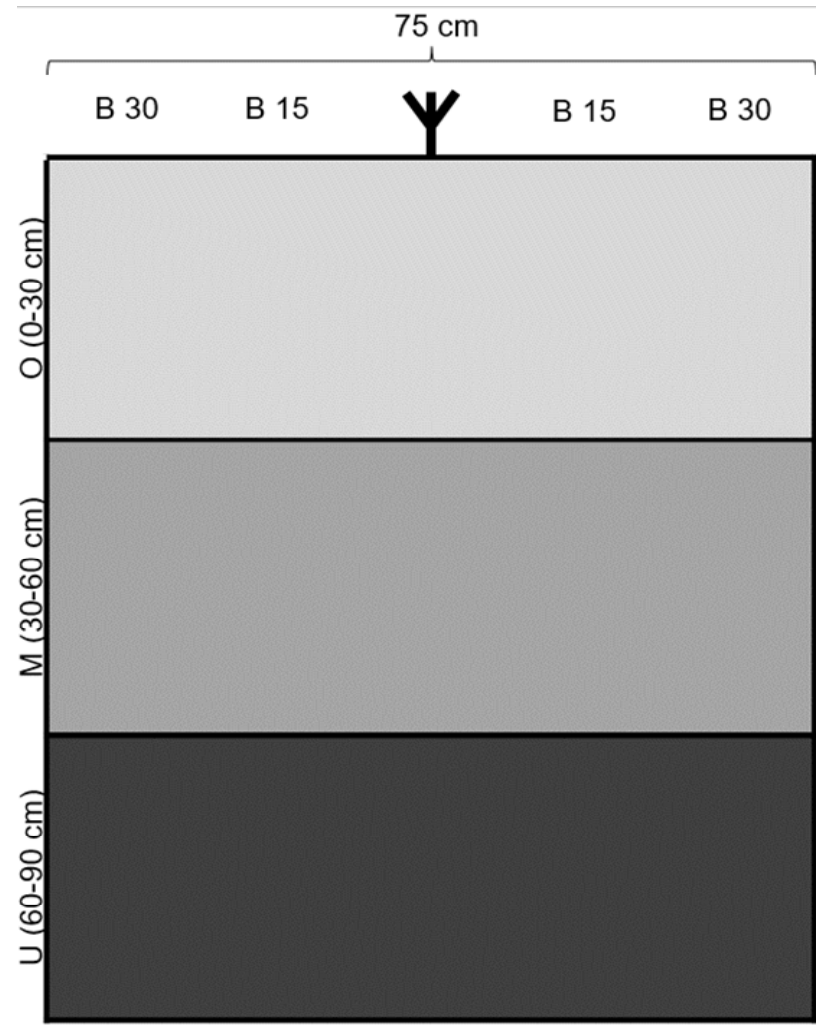
- Nitrat- und Ammoniumkonzentrationen zu Nmin aufsummiert
- Nmin-Konzentrationen in mg/kg in Tabellenblatt "Raster" angegeben
- Verrechnung der Konzentrationen auf kg Nmin pro ha

Grafische Aufbereitung der Ergebnisse



(c) M. Westerschulte

Analyse nach Schichten



(c) M. Westerschulte

Modell für doppelt wiederholte Messungen in Zeit und Raum

Behandlungsfaktoren:

VERFAHREN (5 Stufen)

KB = Kontrolle versus behandelt

NH = Nitrifikationshemmer (+,-)

DV = Düngungsverfahren (Standard vs. Depot)

Nr.	Verfahren	mineralische Unterfußdüngung	Gülledüngung	Nitrifikations- hemmstoff (NH)	KB	NH	DV
1	Kontrolle	0	0	nein	K	-	K
2	Standard	23 N / 23 P	breit	nein	B	-	S
3	Depot	Gülle	Depot	nein	B	-	D
4	Standard + NH	23 N / 23 P	breit	ja	B	+	S
5	Depot + NH	Gülle	Depot	ja	B	+	D

Blockfaktoren:

BLOCK = Block

Wiederholte Faktoren

SCHICHT (räumlich)

ZEIT (zeitlich)

Modell für eine Schicht und einen Zeitpunkt:

VERFAHREN + **BLOCK** + **PARZELLE**

Modell für alle Schichten und Zeitpunkte:

VERFAHREN × **SCHICHT** × **ZEIT** + (**BLOCK** + **PARZELLE**) • **SCHICHT** • **ZEIT**

Type III Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
block*schicht*termin	45	139.1	3.61	<.0001
verfahren	4	42.43	98.93	<.0001
schicht	2	54.92	1690.04	<.0001
verfahren*schicht	8	55.64	45.47	<.0001
termin	4	62.23	238.41	<.0001
verfahren*termin	16	61.88	2.32	0.0095
schicht*termin	8	107.3	648.69	<.0001
verfahren*schicht*termin	32	104.7	13.21	<.0001

SAS Anweisungen

```
proc mixed data=w2 plots=studentpanel;  
class block parzelle verfahren schicht termin;  
model y=block*schicht*termin verfahren|schicht|termin / ddfm=KR2;  
repeated /subject=block*verfahren type=sp(powa) (schicht termin);  
run;
```

```
proc glimmix data=w2 plots=studentpanel;  
class block parzelle verfahren schicht termin;  
model y=block*schicht*termin verfahren|schicht|termin / ddfm=KR2;  
slice verfahren*schicht*termin / sliceby=schicht*termin lines;  
random schicht*termin  
      /subject=parzelle type=sp(powa) (schicht termin) residual;  
run;
```

T Grouping for var*schicht*termin Least
Squares Means Slice (Alpha=0.05)

LS-means with the same letter are not significantly different.

Slice				verfahren	Estimate		
schicht 3	termin 4			2	5.6322		A
schicht 3	termin 4						A
schicht 3	termin 4			3	5.2788	B	A
schicht 3	termin 4					B	A
schicht 3	termin 4			4	5.1740	B	A
schicht 3	termin 4					B	
schicht 3	termin 4			5	4.9517	B	
schicht 3	termin 4						
schicht 3	termin 4			1	4.1938		C

⇒ usw. für die anderen Schicht×Zeit Kombinationen

Modellierung der Autokorrelation (räumlich und zeitlich)

Fehler einer Parzelle

Schicht	Zeitpunkt				
	1	2	3	4	5
0-30 cm	e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	e_{15}
30-60 cm	e_{21}	e_{22}	e_{23}	e_{24}	e_{25}
60-90 cm	e_{31}	e_{32}	e_{33}	e_{34}	e_{35}

Autoregressives AR(1) Modell für Zeitpunkte

$$\text{cov}(e_j, e_{j'}) = \sigma^2 \rho_Z^{|j-j'|} \quad (0 < \rho_Z < 1)$$

wobei

ρ = Autokorrelation

(Zeitpunkte j und j')

$$\text{cov}(e_1, e_1) = \sigma^2 \rho_Z^{|1-1|} = \sigma^2$$

$$\text{cov}(e_1, e_2) = \sigma^2 \rho_Z^{|1-2|} = \sigma^2 \rho_Z$$

$$\text{cov}(e_1, e_3) = \sigma^2 \rho_Z^{|1-3|} = \sigma^2 \rho_Z^2$$

$$\text{cov}(e_1, e_4) = \sigma^2 \rho_Z^{|1-4|} = \sigma^2 \rho_Z^3$$

etc.

Autoregressives AR(1) Modell für Schichten

$$\text{cov}(e_i, e_{i'}) = \sigma^2 \rho_s^{|i-i'|} \quad (0 < \rho_s < 1)$$

wobei

ρ = Autokorrelation

(Schichten i und i')

$$\text{cov}(e_1, e_1) = \sigma^2 \rho_s^{|1-1|} = \sigma^2$$

$$\text{cov}(e_1, e_2) = \sigma^2 \rho_s^{|1-2|} = \sigma^2 \rho_s$$

$$\text{cov}(e_1, e_3) = \sigma^2 \rho_s^{|1-3|} = \sigma^2 \rho_s^2$$

etc.

Klebe beides zusammen: $\text{AR}(1) \otimes \text{AR}(1)$

$$\text{cov}(e_{ij}, e_{i'j'}) = \sigma^2 \rho_S^{|i-i'|} \rho_Z^{|j-j'|}$$

Oder in Matrix-Form (Kronecker-Produkt = direktes Produkt):

$$\text{var} \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ \vdots \\ e_{IJ} \end{pmatrix} = \sigma^2 \Omega_S \otimes \Omega_Z$$

Die zwei Korrelationsmatrizen

Zeitliche Korrelationen:

$$\Omega_Z = \text{corr} \begin{pmatrix} e_{1j} \\ e_{2j} \\ e_{3j} \\ e_{4j} \\ e_{5j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_Z & \rho_Z^2 & \rho_Z^3 & \rho_Z^4 \\ \rho_Z & 1 & \rho_Z & \rho_Z^2 & \rho_Z^3 \\ \rho_Z^2 & \rho_Z & 1 & \rho_Z & \rho_Z^2 \\ \rho_Z^3 & \rho_Z^2 & \rho_Z & 1 & \rho_Z \\ \rho_Z^4 & \rho_Z^3 & \rho_Z^2 & \rho_Z & 1 \end{pmatrix}$$

Räumliche Korrelationen:

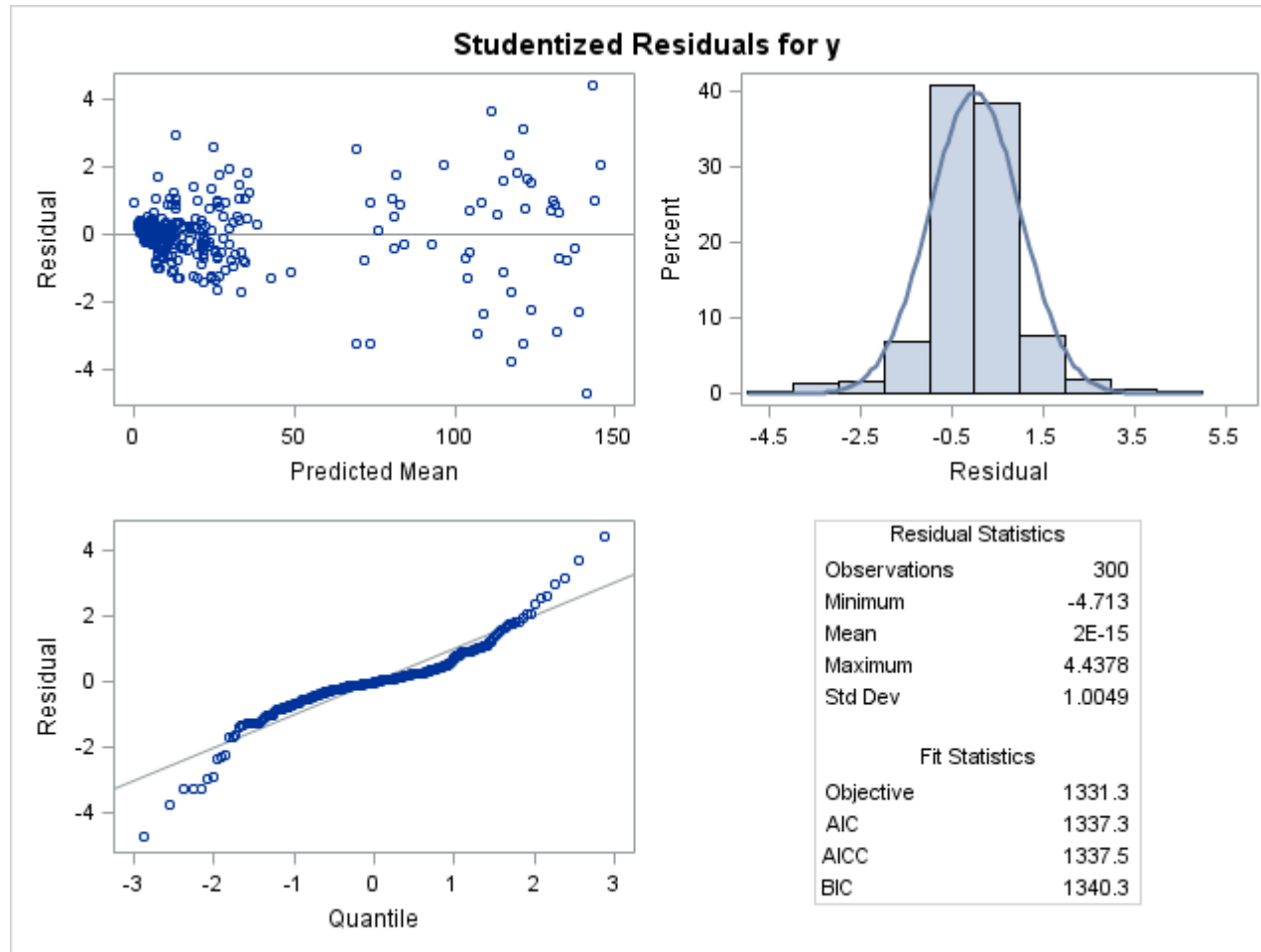
$$\Omega_S = \text{corr} \begin{pmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \\ e_{i3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_S & \rho_S^2 \\ \rho_S & 1 & \rho_S \\ \rho_S^2 & \rho_S & 1 \end{pmatrix}$$

Verschiedene Varianz-Kovarianz-Strukturen im Vergleich

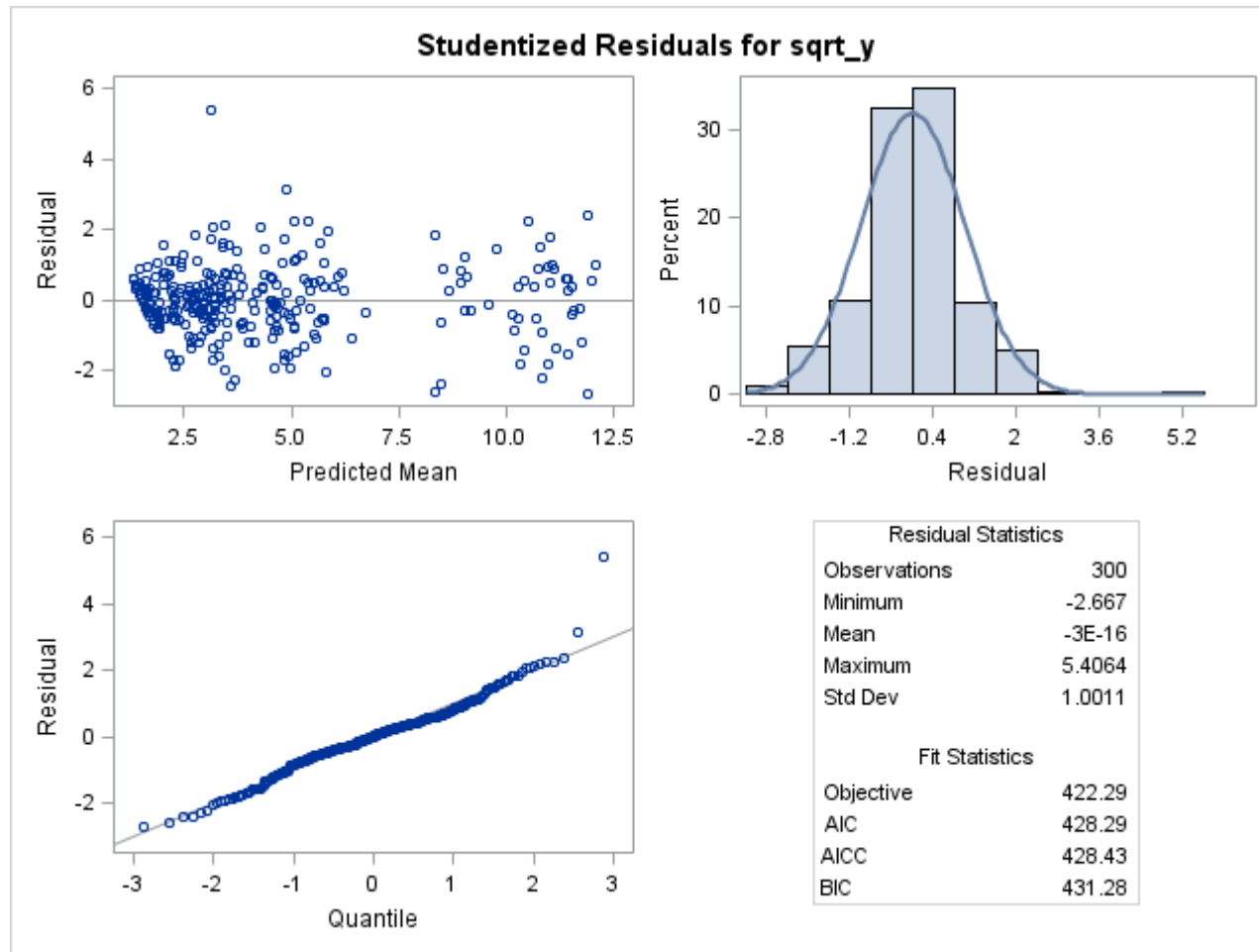
(kg N_{min} pro Bodenschicht)

Modell (räumlich $\otimes$ zeitlich)	AIC
UN $\otimes$ AR(1)	394.6
CS $\otimes$ AR(1)	394.3
AR(1) $\otimes$ AR(1)	393.8
ID $\otimes$ ID	394.4

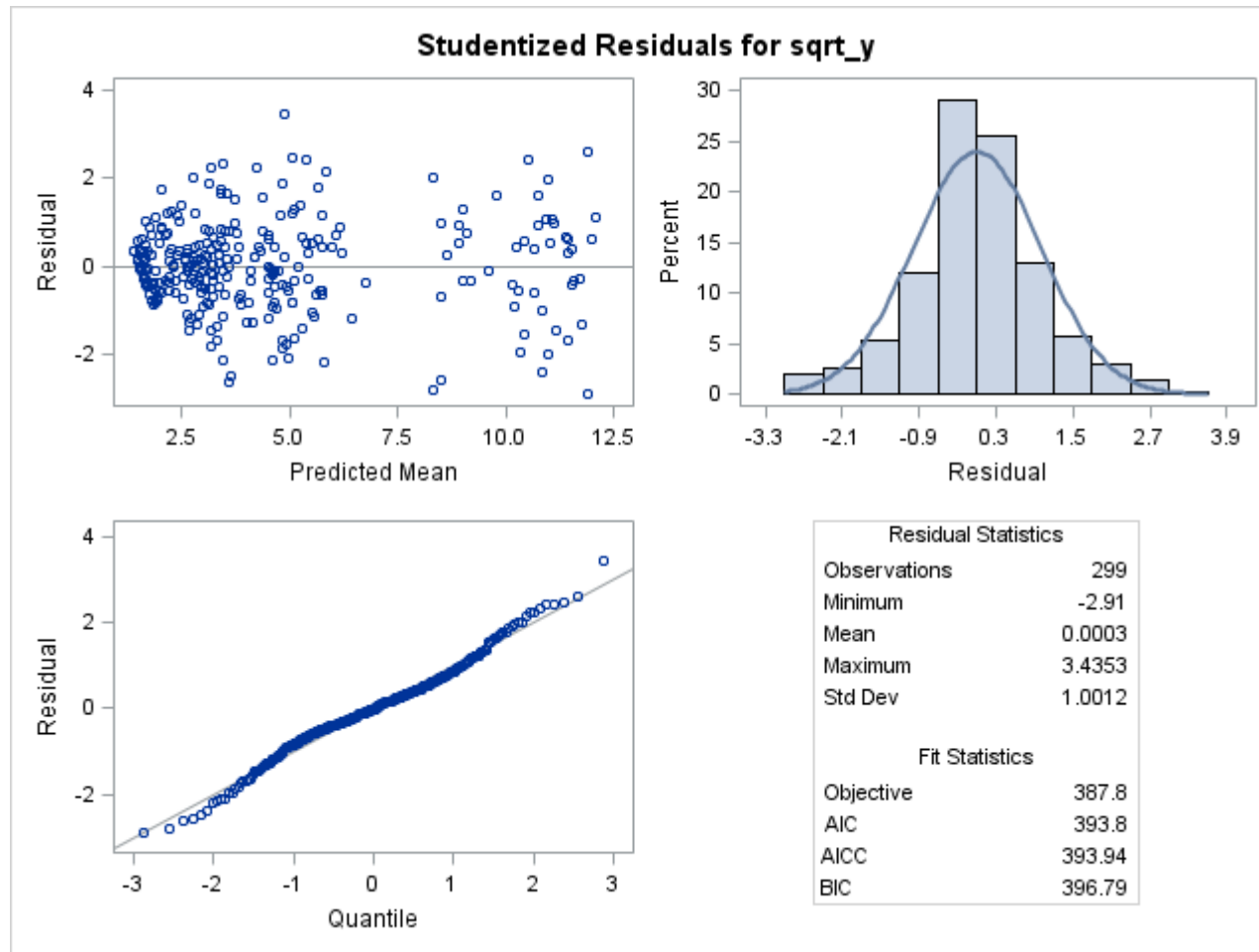
Varianzhomogenität und Normalverteilung?



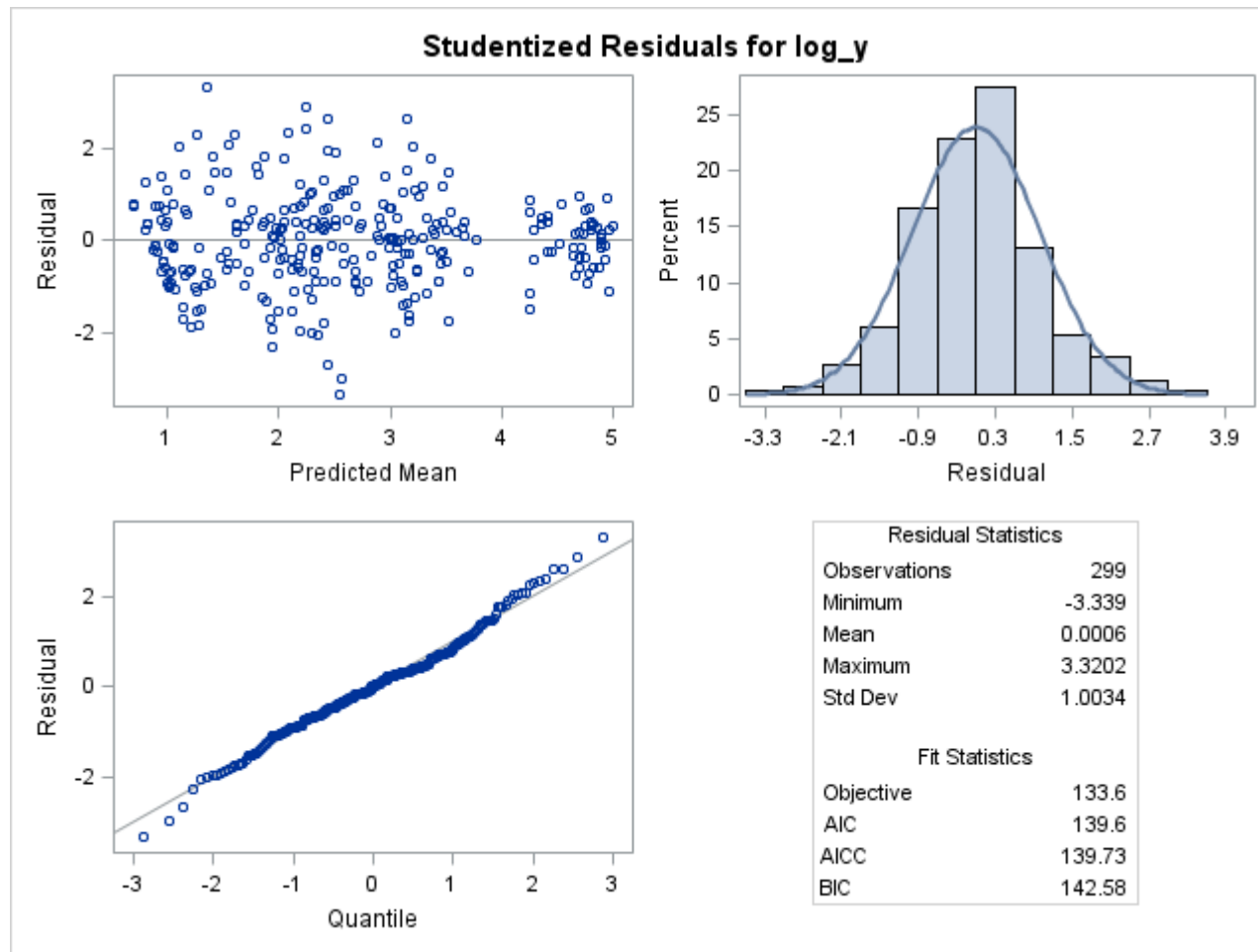
Datentransformation ($\sqrt{y}$)



Datentransformation ($\sqrt{y}$) ohne einen Ausreißer



Datentransformation [$\log(y)$] ohne einen Ausreißer



Faktorielle Analyse der 5 Verfahren

Behandlungsfaktoren:

VERFAHREN (5 Stufen)

KB = Kontrolle versus behandelt

NH = Nitrifikationshemmer (+,-)

DV = Düngungsverfahren (Standard vs. Depot)

Nr.	Verfahren	mineralische Unterfußdüngung	Gülledüngung	Nitrifikations- hemmstoff (NH)	KB	NH	DV
1	Kontrolle	0	0	nein	K	-	K
2	Standard	23 N / 23 P	breit	nein	B	-	S
3	Depot	Gülle	Depot	nein	B	-	D
	Standard				B	+	S
4	+ NH	23 N / 23 P	breit	ja			
	Depot				B	+	D
5	+ NH	Gülle	Depot	ja			

Lineare Kontraste

Nr.	Verfahren	Kontrolle vs. Rest	NH+ vs. NH-	Standard vs. Depot	Interaktion NH x DV	KB	NH	DV
1	Kontrolle	1	0	0	0	K	-	K
2	Standard	-1/4	-1/2	1/2	1	B	-	S
3	Depot	-1/4	-1/2	-1/2	-1	B	-	D
4	Standard + NH	-1/4	1/2	1/2	-1	B	+	S
5	Depot + NH	-1/4	1/2	-1/2	1	B	+	D

Exemplarisch Schicht = 1, Zeit = 1

verfahren Least Squares Means

verfahren	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > t
1	3.7659	0.2963	12	12.71	<.0001
2	8.6979	0.2963	12	29.35	<.0001
3	8.8615	0.2963	12	29.91	<.0001
4	8.7002	0.2963	12	29.36	<.0001
5	9.9706	0.2963	12	33.65	<.0001

(kg N_{min} pro Bodenschicht)

Exemplarisch Schicht = 1, Zeit = 1

Estimates

Label	Estimate	Standard Error	Pr > t
Kontrolle vs. Rest	-5.2917	0.3313	<.0001
NH+ vs. NH-	0.5557	0.2963	0.0853
Standard vs. Depot	-0.7170	0.2963	0.0323
Interaktion NH x DV	1.1068	0.5926	0.0864

(kg N_{min} pro Bodenschicht)

```

proc glimmix data=w2 plots=studentpanel;
where schicht=1 and termin=1;
class block verfahren;
model y=block verfahren / htype=1;
lsmeans verfahren / lines;
estimate 'Kontrolle vs. Rest ' verfahren 4 -1 -1 -1 -1 / divisor=4;
estimate 'NH+ vs. NH- ' verfahren 0 -1 -1 1 1 / divisor=2;
estimate 'Standard vs. Depot ' verfahren 0 1 -1 1 -1 / divisor=2;
estimate 'Interaktion NH x DV' verfahren 0 1 -1 -1 1 ;
run;

```

The GLIMMIX Procedure

T Grouping for verfahren Least Squares Means (Alpha=0.05)

LS-means with the same letter are not significantly different.

verfahren	Estimate	
5	9.9706	A
3	8.8615	B
		B
4	8.7002	B
		B
2	8.6979	B
1	3.7659	C

Behandlungsmodell

$$KB / (NH \times DV) = KB + KB \bullet NH + KB \bullet DV + KB \bullet NH \bullet DV$$

Exemplarisch Schicht = 1, Zeit = 1

Type I Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
block	3	12	1.62	0.2364
KB	1	12	255.12	<.0001
KB*NH	1	12	3.52	0.0853
KB*D _V	1	12	5.85	0.0323
KB*NH*D _V	1	12	3.49	0.0864

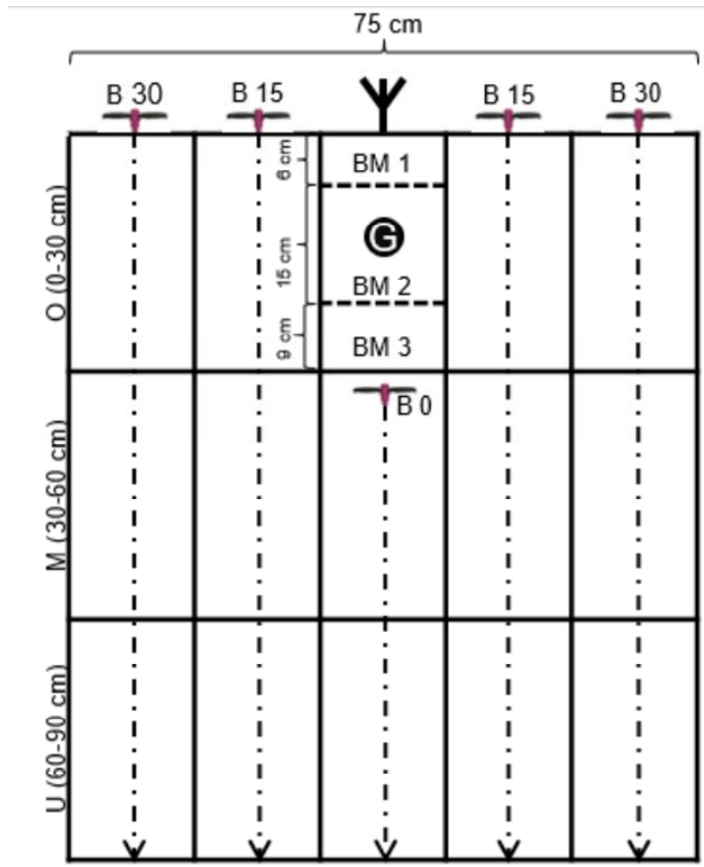
Type 1 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
schicht	2	54.7	1684.62	<.0001
termin	4	62	237.62	<.0001
schicht*termin	8	107	648.86	<.0001
block*schicht*termin	45	139	3.61	<.0001
KB	1	42.2	393.62	<.0001
KB*NH	1	42.3	0.04	0.8424
KB*Dv	1	42.3	2.88	0.0972
KB*NH*Dv	1	42.3	0.46	0.4993
KB*schicht	2	54.6	172.73	<.0001
KB*NH*schicht	2	54.7	5.10	0.0093
KB*Dv*schicht	2	54.7	3.00	0.0579
KB*NH*Dv*schicht	2	54.7	0.96	0.3885

Type 1 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
KB*termin	4	61.9	4.05	0.0055
KB*NH*termin	4	62.2	2.31	0.0679
KB*DV*termin	4	62.2	1.66	0.1703
KB*NH*DV*termin	4	62.2	1.24	0.3025
KB*schicht*termin	8	107	46.95	<.0001
KB*NH*schicht*termin	8	107	1.07	0.3916
KB*DV*schicht*termin	8	107	3.83	0.0005
KB*NH*DV*schic*termi	8	107	0.95	0.4797

Beprobungsschema



B = Bohrstockbeprobung

G = Gülleband

BM = Bodenmonolith

(c) M. Westerschulte

Modellierung "räumlich 2D $\otimes$ zeitlich"

$$\text{var} \begin{pmatrix} e_{111} \\ e_{112} \\ \vdots \\ e_{IJK} \end{pmatrix} = \sigma^2 \Omega_S \otimes \Omega_H \otimes \Omega_Z$$

Ω_S = Korrelation zwischen den **S**chichten

Ω_H = Korrelation zwischen den **h**orizontalen Positionen

Ω_Z = Korrelation zwischen den **Z**eitpunkten

- Daten in 3D nicht in voller Auflösung vorhanden
- Links und rechts gepoolt
- Müsste Modell anpassen, um Poolen abzubilden $\Rightarrow$ kompliziert

Literatur

Piepho, H.P., Williams, E.R., Fleck, M. (2006): A note on the analysis of designed experiments with complex treatment structure. *HortScience* **41**, 446-452.

Fallstudie 7: Lysimeterversuch

Ernst Spiess (Agroscope, Institut für Nachhaltigkeitswissenschaften,
Zürich-Reckenholz)

- Fruchtfolge
- 7 Versuchsjahre
- 7 gliedrige Fruchtfolge: Silomais – Winterweizen 1 – Zuckerrüben – Winterweizen 2 – Eiweisserbsen – Wintergerste – Ansaatwiese
- 2 Bodenbearbeitungsverfahren. Pflug und Direktsaat
- Fruchtfolge gestaffelt gestartet (2 Fruchtfolgen) $\Rightarrow$ 2 Kulturen pro Jahr
- 2 Verfahren * 2 Fruchtfolgen * 3 Wiederholungen $\Rightarrow$ 12 Lysimeter pro Jahr
- Pflanzenertrag, Sickerwassermenge, Nitratmenge im Sickerwasser
- Parabraunerde aus "Liebefeld" wurde in Lysimeter verfüllt
- Vollständig randomisierte Anlage

Hypothese: Die Nitrat Auswaschung ist im Durchschnitt der Jahre bei Direktsaat niedriger als bei Pflug.

Lysimeteranlage Liebefeld

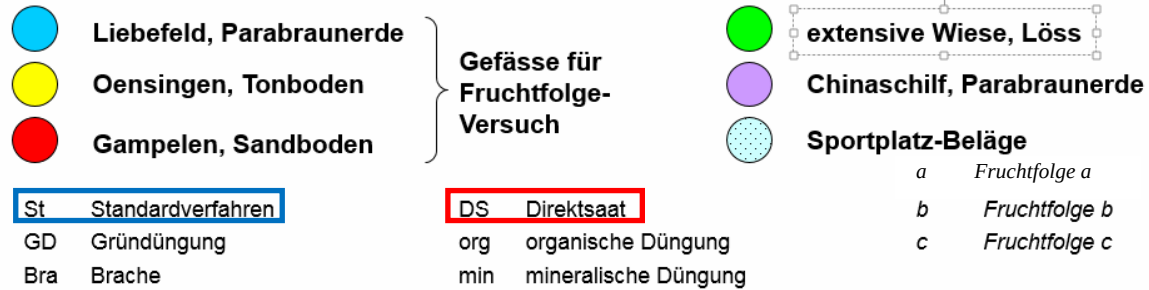
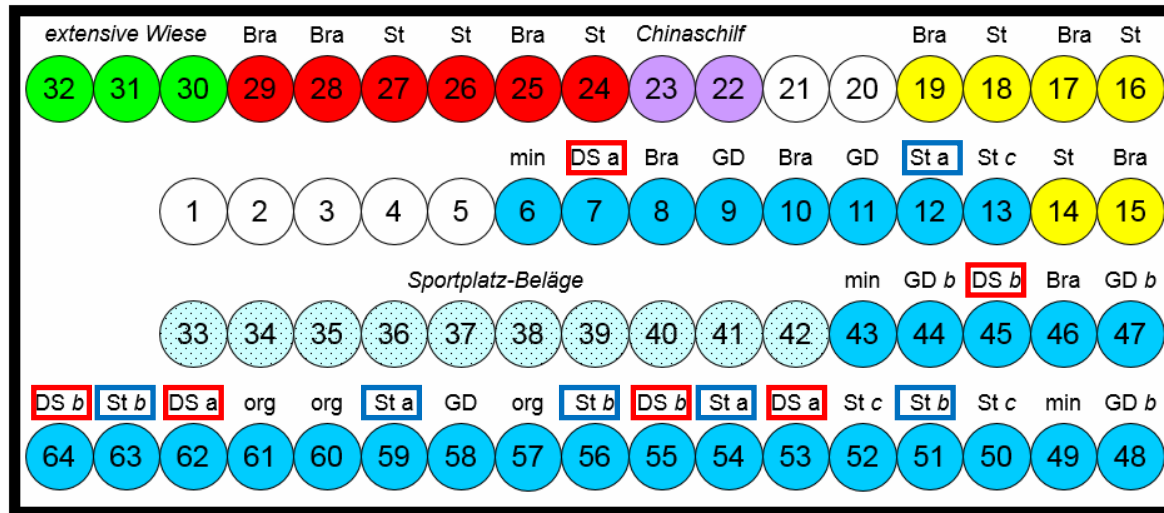




Abb: Lysimeteranlage und Lysimeterkeller

Fruchtfolge

SM	Silomais
WW1	Winterweizen 1. Mal
ZR	Zuckerrüben
WW2	Winterweizen 2. Mal
EE	Eiweisserbsen
WG	Wintergerste
KW1	Ansaatwiese 1. Jahr

Fruchtfolge	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
> A	SM	WW1	ZR	WW2	EE	WG	KW1
> B	KW1	SM	WW1	ZR	WW2	EE	WG

Verfügbare Daten für Auswertung

Zielvariablen:

- SW = Sickerwassermenge
- NA = ausgewaschene Nitratmenge
- TSErtrag = Ertrag

Behandlungsfaktoren:

- **Verfahren** (Direktsaat vs. Pflug)
- **FFG** = Fruchtfolgeglied (2 von 7 in jedem Jahr)

Wiederholter Faktor:

- **Jahr**

Beobachtungseinheit:

- Lysimeter (12 Stück)

Modell für ein Jahr

VERFAHREN × FFG : LYSIMETER

Modell über die Jahre (fester Faktor)

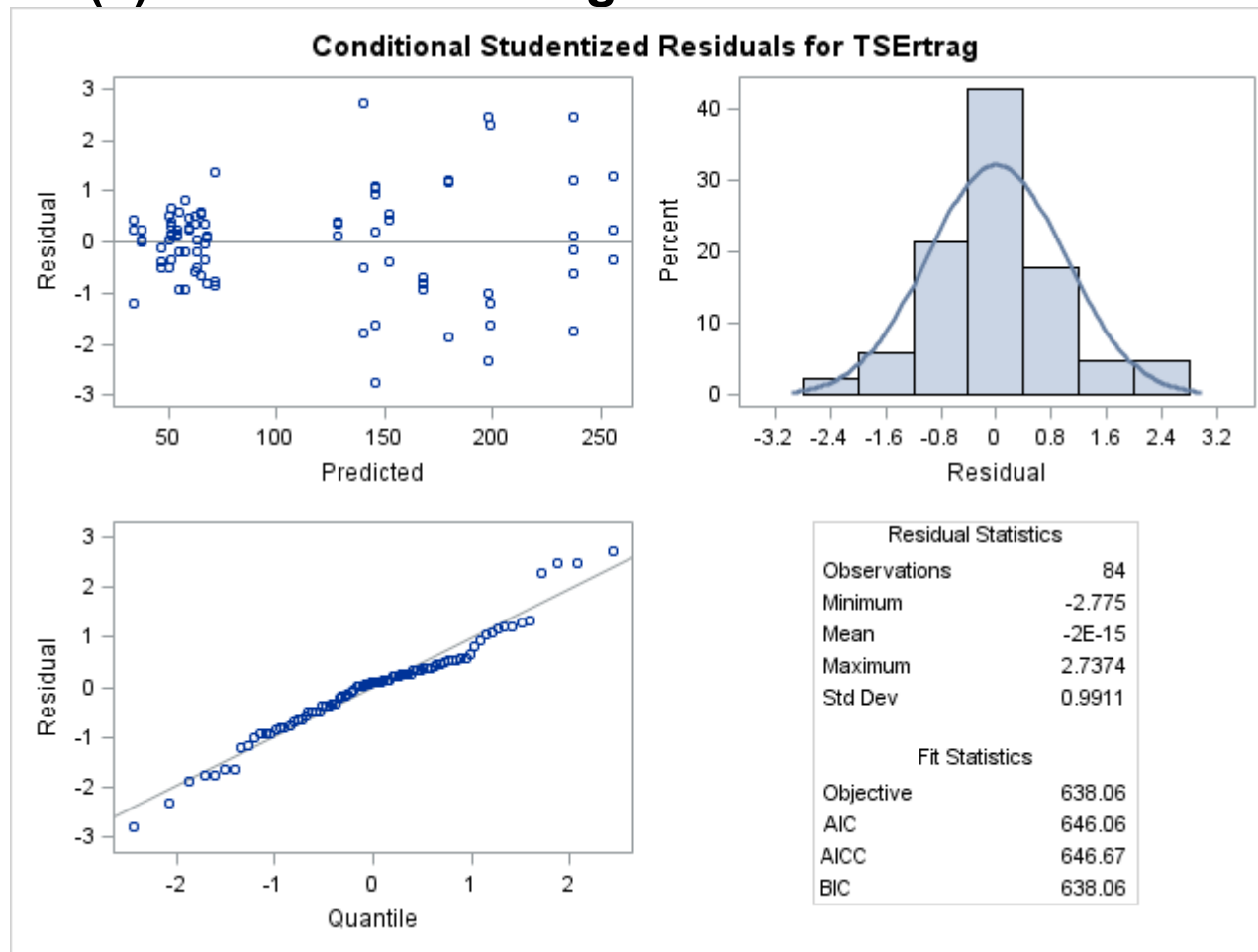
VERFAHREN × FFG × JAHR : LYSIMETER • JAHR

Umsetzung in SAS

```
proc mixed;  
class verfahren FFG lysimeter jahr;  
model yield=verfahren|FFG|jahr / ddfm=KR;  
repeated FFG / subject=lysimeter type=arh(1);  
run;
```

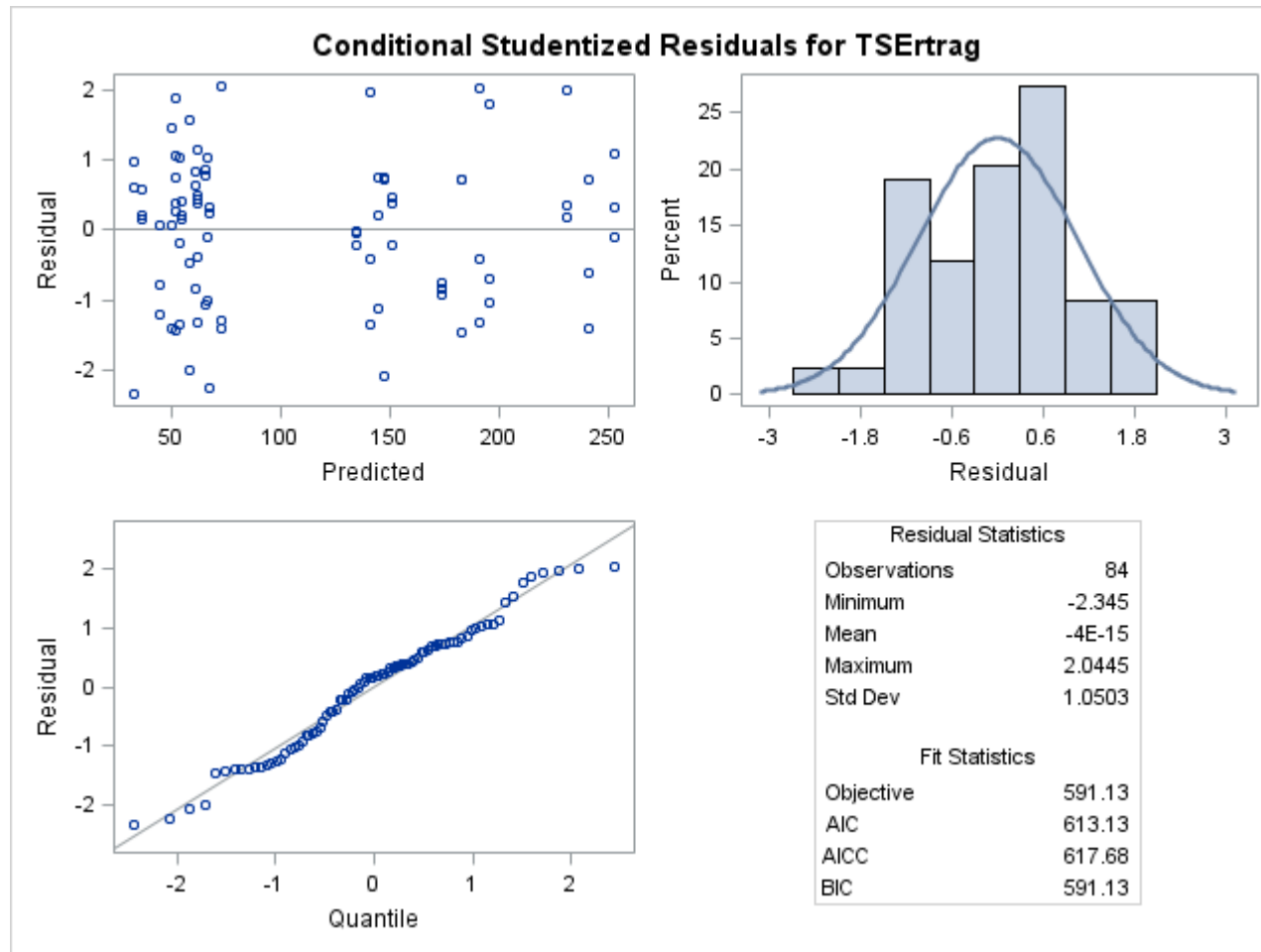
AR(1) Modell - TS Ertrag

AIC = 646



ARH(1) Modell - TS Ertrag

AIC = 613



Modell über die Jahre (zufälliger Faktor)

$$\begin{aligned} \text{VERFAHREN} \times \text{FFG} : \text{JAHR} + \\ \text{VERFAHREN} \bullet \text{JAHR} + \\ \text{FFG} \bullet \text{JAHR} + \\ \text{VERFAHREN} \bullet \text{FFG} \bullet \text{JAHR} + \\ +: \underline{\text{LYSIMETER} \bullet \text{JAHR}} \end{aligned}$$

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Subject	Estimate
Intercept	Jahr	143.95
Verfahren	Jahr	8.11E-17
FFG	Jahr	216.41
Verfahren*FFG	Jahr	8.0907
Var(1) SM	Lysimeter	745.36
Var(2) WW1	Lysimeter	48.4822
Var(3) ZR	Lysimeter	708.90
Var(4) WW2	Lysimeter	37.0166
Var(5) EE	Lysimeter	88.8628
Var(6) WG	Lysimeter	149.09
Var(7) KW1	Lysimeter	664.91
ARH(1)	Lysimeter	0.5500

TS Ertrag

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
Verfahren	1	12.5	7.58	0.0170
FFG	6	1	18.00	0.1785
Verfahren*FFG	6	6.56	3.69	0.0607

Least Squares Means

Effect	Verfahren	Estimate	Standard Error
Verfahren	DS	101.81	7.2504
Verfahren	Pf	117.64	7.2504

Differences of Least Squares Means

Effect	Verf.	_Verf.	Estimate	Standard Error	DF	Pr > t
Verfahren	DS	Pf	-15.8361	5.7527	12.5	0.0170

Diskussionspunkte, die immer wieder auftauchen, sind:

- Wann nimmt man das Jahr als zufälligen Effekt an, wann als fix?
- Ich habe diverse Codes in der Literatur und im Internet gesehen, bei denen der Lysimeter (Subject) als zufälliger Effekt behandelt wurde: z.B. RANDOM subject(treatment).

Ich [...] bin froh, dass Sie das nicht verwendet haben, weil ich befürchte, dass die Kosten höher als der Nutzen sind. Warum wird das so häufig vorgeschlagen?

- Was können wir verbessern im Versuchsdesign? Wäre es z.B. gescheiter, ohne echte Wiederholungen zu fahren und dafür die Fruchtfolge siebenmal gestaffelt anzubauen (jede Kultur kommt in jedem Jahr vor)? Das bräuchte 14 Lysimeter und wäre machbar.

Das verwendete Design (schematisch)

Lysimeter	Verfahren	Fruchtfolgeglied (FFG)						
		Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4	Jahr 5	Jahr 6	Jahr 7
1	DS	1	2	3	4	5	6	7
2	DS	1	2	3	4	5	6	7
3	DS	1	2	3	4	5	6	7
4	DS	7	1	2	3	4	5	6
5	DS	7	1	2	3	4	5	6
6	DS	7	1	2	3	4	5	6
7	Pf	1	2	3	4	5	6	7
8	Pf	1	2	3	4	5	6	7
9	Pf	1	2	3	4	5	6	7
10	Pf	7	1	2	3	4	5	6
11	Pf	7	1	2	3	4	5	6
12	Pf	7	1	2	3	4	5	6

Alternatives Design

Lysimeter	Verfahren	Fruchtfolgeglied (FFG)						
		Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4	Jahr 5	Jahr 6	Jahr 7
1	DS	1	2	3	4	5	6	7
2	DS	7	1	2	3	4	5	6
3	DS	6	7	1	2	3	4	5
4	DS	5	6	7	1	2	3	4
5	DS	4	5	6	7	1	2	3
6	DS	3	4	5	6	7	1	2
7	Pf	7	1	2	3	4	5	6
8	Pf	6	7	1	2	3	4	5
9	Pf	5	6	7	1	2	3	4
10	Pf	4	5	6	7	1	2	3
11	Pf	3	4	5	6	7	1	2
12	Pf	2	3	4	5	6	7	1

Nachteil: Einzeljahr nicht auswertbar, da unwiederholt

Vorteil: Sehe jedes FFG in 6 statt 2 Jahren $\Rightarrow$ bis zu $6/2 = 3$ mal so genau!

Warum ist das so?

- Sehe 6 statt 2 FFG $\times$ Jahr Interaktionen je FFG, über die gemittelt wird
- Das ist der Hauptfehlerterm

Extremes hypothetisches Beispiel (Dummy-Analyse)

- Alle Varianzen sehr klein
- Varianz für Verfahren $\times$ FFG $\times$ Jahr = 10^3

Vergleich	Standardfehler einer Differenz	
	Verwendetes Design	Neues Design
Verfahren bei selbem FFG	31.6	18.3
Verfahren im Mittel über FFG	12.0	6.9

$$(31.6/18.3)^2 \approx 3 \quad ! \quad \Rightarrow \text{neues Design 3 mal so genau}$$
$$(12.0/6.9)^2 \approx 3 \quad !$$

Noch eine weitere Frage

Wie weit müssen wir bei mehrjährigen Versuchen mit einer unterschiedlichen zeitlichen Entwicklung der Verfahren rechnen, also mit unterschiedlichen Trends?

Modellierung zeitlicher Trends

Zwei Variablen:

T = kontinuierliche Zeitvariable (quantitativ)

JAHR = kategoriale Zeitvariable /(qualitativ)

Feste Effekte: **T, T•VERFAHREN** $\Rightarrow$ Regression!

Zufällige Effekte: **JAHR, JAHR•VERFAHREN**, etc. $\Rightarrow$ Streuung um Regression

Literatur

Piepho, H.P., Ogutu, J.O. (2002): A simple mixed model for trend analysis in wildlife populations. *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics* **7**, 350-360.

Piepho, H.P., Laidig, F., Drobek, T., Meyer, U. (2014): Dissecting genetic and non-genetic sources of long-term yield trend in German official variety trials. *Theoretical and Applied Genetics* **127**, 1009-1018 (Erratum: 127: 1679).

Fallstudie 8: Fruchtfolgeversuch

Thomas Appel (TH Bingen)

- 3 Felder nebeneinander
- 3-gliedrige Fruchtfolge
- In jedem Feld ein anderes Fruchtfolgeglied
- In jedem ein Versuch
- 2 x 2 Behandlungen
- Behandlungsfaktoren: Grundbodenbearbeitung (Pflug, Grubber)
Gründüngung = Zwischenfrucht (mit, ohne)
- Eingeschränkte Randomisation, so dass Gründüngung im mittleren Streifen

FFG=1

FFG=2

FFG=3

Feld 3		Feld 2		Feld 1	
Vorgewende		Vorgewende		Vorgewende	
D PoZ	E GoZ	D GoZ	E PoZ	D PoZ	E GoZ
C PmZ	F GmZ	C GmZ	F PmZ	C PmZ	F GmZ
Vorgewende		Vorgewende		Vorgewende	
B GmZ	G PmZ	B PmZ	G GmZ	B GmZ	G PmZ
A GoZ	H PoZ	A PoZ	H GoZ	A GoZ	H PoZ

oZ

mZ

mZ

oZ

Abbildung 5: Versuchsfeld aufgeteilt in drei Blöcke (Feld 1 bis 3) und in einzelne Parzellen (A bis H), GmZ=Grubber Variante mit Zwischenfrucht, GoZ=Grubber Variante ohne Zwischenfrucht, PoZ=Pflug Variante ohne Zwischenfrucht, PmZ=Pflug Variante mit Zwischenfrucht

Randomisation äußerst eingeschränkt

Randomisation sieht aus wie bei einer **Streifenanlage**, aber

- Gleiche Anordnung der Prüfglieder in jedem Feld
- Faktor Gründüngung kann nicht randomisiert werden

Man könnte argumentieren:

- Bei 2 x 2 Behandlungen hat man eh nur 4 mögliche Randomisationen

Aber in jedem Fall:

- Nur eine Wiederholung je Fruchtfolgeglied (FFG) und Jahr
- 3 getrennte Versuche für die drei FFG

Modell für ein Feld & ein Jahr

Faktoren

Gründüngung
Bodenbearbeitung

Block
Zeile
Spalte
Parzelle

Gründüngung × Bodenbearbeitung + Block

: Block•Zeile + Block•Spalte + Block•Parzelle

Modell für alle drei Feld & ein Jahr

Faktoren

Gründüngung
Bodenbearbeitung
FFG

Feld
Block
Zeile
Spalte
Parzelle

Gründung × Bodenbearbeitung × FFG + Feld + Feld•Block

: Feld•Block•Zeile +
Feld•Block•Spalte +
Feld•Block•Parzelle

Problem

- Einzeljahr nicht auswertbar, da nur eine Wiederholung je Feld
- FFG vermengt mit Feld!

Modell über Felder und Jahre (Jahre fest)

- Alles mit **Jahr** kreuzen (siehe Fallstudie 7, alternatives Design)
- Jeweils aber nur mit einem $\Rightarrow$ Vermengung!

Gründüngung $\times$ Bodenbearbeitung $\times$ FFG $\times$ **Jahr** + **Feld**•**Jahr** + **Feld**•**Block**•**Jahr**

: **Feld**•**Block**•**Zeile**•**Jahr** +
Feld•**Block**•**Spalte**•**Jahr** +
Feld•**Block**•**Parzelle**•**Jahr**

- Weiterhin Vermengung **FFG**•**Jahr** und **Feld**•**Jahr**
- Analyse nicht möglich mit Faktor **Jahr** fest
- Aber Analyse möglich mit Faktor **Jahr** zufällig

Jahr zufällig

Gründung × Bodenbearbeitung × FFG

: Jahr +

(Gründung × Bodenbearbeitung × FFG) • Jahr +

Feld • Jahr +

Feld • Block • Jahr +

Feld • Block • Zeile • Jahr +

Feld • Block • Spalte • Jahr +

Feld • Block • Parzelle • Jahr



Viele dieser Interaktionen mit zufälligen Designeffekten vermengt
(z.B. FFG • Jahr mit Feld • Jahr)

⇒ rauslassen aus Modell ⇒ werden von Fehlertermen "aufgenommen"

ANOVA-Tabelle Streifenanlage (1 Jahr, 1 Feld)

Ursache	Freiheitsgrade	FG hier
Blöcke	$(r - 1)$	1
Gründung	$(a - 1)$	1
Fehler (Gründung)	$(a - 1)(r - 1)$	1
Bodenbearbeitung	$(b - 1)$	1
Fehler (Bodenbearbeitung)	$(b - 1)(r - 1)$	1
Gründ. × Bodenbearb.	$(a - 1)(b - 1)$	1
Fehler (Gründ. × Bodenbearb.)	$(a - 1)(b - 1)(r - 1)$	1

a = Zahl Stufen Gründung

b = Zahl Stufen Bodenbearbeitung

r = Zahl Blöcke

Kritische t-Werte für $\alpha=5\%$ (zweiseitig)

Freiheitsgrade	t
1	12.71
2	4.30
3	3.18
4	2.78
5	2.57
6	2.45
7	2.36
8	2.31
9	2.26
10	2.23
15	2.13
20	2.09
30	2.04
100	1.98
∞	1.96